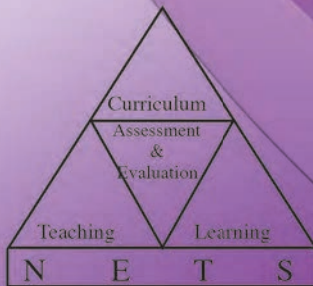




க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2014

## மதிப்பீட்டு அறிக்கை

10 - இணைந்த கணிதம்

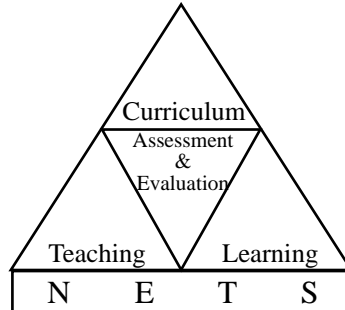


ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை  
தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை  
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

**க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2014**

**மதிப்பீட்டு அறிக்கை**

**10 - இணைந்த கணிதம்**



ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை  
தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை  
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

முழுப்பதிப்புரிமையுடையது.

இணைந்த கணிதம்

மதிப்பீட்டு அறிக்கை - க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2014

### நிதி அனுசரணை

எதிர்கால அறிவை மையமாகக் கொண்டு பாடசாலை  
கல்விமுறைமையை மாற்றியமைக்கும் செயற்றிட்டம்  
(TSEP - WB)

## அறிமுகம்

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர உயர் தரப் பரீட்சையானது இலங்கையின் உயர்மட்ட இரண்டாம் நிலைக் கல்வியின் இறுதிச் சான்றிதழ்ப் பரீட்சையாகும். உயர்மட்ட இரண்டாம் நிலைக் கல்வியின் இறுதியில் மாணவர்களின் அடைவு மட்டத்தைச் சான்றுப்படுத்தல் இப் பரீட்சையின் முக்கிய நோக்காக இருந்த போதும் தேசிய பல்கலைக்கழகங்கள், வேறு கல்வி மற்றும் தொழில் பயிற்சி நிறுவனங்கள், தேசிய கல்வியியல் கல்லூரிகள் என்பவற்றுக்குத் தகைமையானோரைத் தெரிவு செய்தலும் இப்பரீட்சையின் பெறுபேறுகளின் அடிப்படையில் இடம்பெறுவதால் அடைவுப் பரீட்சையாகவும் தேர்வுப் பரீட்சையாகவும் க.பொ.த (உ.தர)ப் பரீட்சை மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த தன்மையைப் பெறுகிறது. மேலும் மூன்றாம் நிலையில் தொழிலில் பிரவேசிப்பதற்கான தகைமையை சான்றுப்படுத்தும் பரீட்சையாகவும் இது ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றது. இப்போது இப்பரீட்சைக்காக 2014 ஆம் ஆண்டில் 207, 304 வரையிலான பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகளும் 40, 072 வரையிலான தனிப்பட்ட பரீட்சார்த்திகளும் தோற்றியிருந்தனர்.

இப்பரீட்சையில் உயர் அடைவு மட்டத்தைப் பெறுவதற்காக மாணவர்களும் அவர்களின் எதிர்பார்ப்புகளை நிறைவு செய்வதற்காக ஆசிரியர்களும் பெற்றோரும் பெரிதும் முயற்சி செய்கின்றனர். இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கையை அவர்களின் அந்த எதிர்பார்ப்புக்களை நிறைவேற்றுவதற்கு உதவும் பொருட்டே இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் தயாரித்துள்ளது. இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கையில் உள்ளடக்கப்பட்ட தகவல்கள் பரீட்சையை எதிர்பார்த்திருப்போர், ஆசிரியர்கள், அதிபர்கள், ஆசிரிய ஆலோசகர்கள், பாடப் பொறுப்புக் கல்விப் பணிப்பாளர்கள், பெற்றோர், கல்வி ஆய்வாளர்கள் அனைவருக்கும் பயன்படும் என்பதில் ஐயமில்லை.

இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கை I, II, III என மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

க.பொ.த (உ.தர) இணைந்த கணித பாடத்தின் நோக்கம், பாட அடைவு பற்றிய தகவல்கள் இந்த அறிக்கையின் பகுதி I இல் அடங்கியுள்ளது. இப்பகுதியில் பாடத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை, அவர்கள் தரங்களைப் பெற்றுள்ள விதம், மாவட்ட மட்டத்தில் பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்களைப் பெற்றுள்ள விதம், வகுப்பாயிடைக்கேற்ப புள்ளிகளின் பரம்பல் ஆகிய பாட அடைவு பற்றிய புள்ளிவிபரத் தகவல்களும் இணைந்த கணித பாடத்தின் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றில் வினாக்கள் தெரிவு செய்யப்பட்ட விதம், அவ்வினாக்களுக்கும் அவ்வினாக்களின் பகுதிகளுக்கும் புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம் என்பன பற்றி விரிவாகக் குறிப்பிடும் பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன. க.பொ.த (உ.தர)ம் - 2014 பரீட்சையில் இணைந்த கணித பாடத்தின் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றுக்கான வினாக்கள் அவ்வினாக்களுக்கு பரீட்சார்த்திகள் விடைகள் அளித்திருந்தமை பற்றிய தகவல்கள் இந்த அறிக்கையின் பகுதி II இல் அடங்கியுள்ளன. அதில் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றின் வினாக்களுக்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடைகள் அளித்தமை பற்றிய அவதானிப்புக்கள், முடிவுகள், பாட அடைவை மேம்படுத்துவதற்கான ஆலோசனைகள் என்பனவும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன.

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களத்தின் ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை மூலம் விடைத்தாள் மதிப்பீட்டில் ஈடுபட்ட பிரதம பரீட்சகர், மேலதிக பிரதம பரீட்சகர், உதவிப் பரீட்சகர்கள் ஆகியோரால் முன்வைக்கப்பட்ட தகவல்கள், அவதானிப்புகள், கருத்துகள், ஆலோசனைகள், மரபு ரீதியான சோதனைக் கோட்பாடு (Classical Testing Theory) மற்றும் உருப்படித் துலங்கல் கோட்பாடு (Item Response Theory) என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி பரீட்சார்த்திகளின் துலங்கல்களைப் பகுப்பாய்வு செய்தலினூடாகப் பெறப்பட்ட தகவல்கள் என்பன இந்த அறிக்கையை தயாரிப்பதற்கு ஆதாரமாகக் கொள்ளப்பட்டுள்ளன.

வினாப்பத்திரத்திலுள்ள ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கும்போது பரீட்சார்த்திகள் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டிய விடயங்கள், கற்றல்-கற்பித்தல் பணிகள் பற்றிய கருத்துகள், ஆலோசனைகள் என்பனவும் இந்த அறிக்கையில் பகுதி III இல் அடங்கியுள்ளன. பல்வேறு தேர்ச்சிகள், அத்தேர்ச்சி மட்டங்களை அணுகுவதற்கான கற்றல் - கற்பித்தல் செயன்முறையை ஒழுங்கமைக்கும் விதம் என்பன தொடர்பாக இந்த அறிக்கையானது பெரிதும் துணை புரியும் என நம்புகின்றோம்.

எதிர்காலத்தில் தொகுக்கப்படும் மதிப்பீட்டு அறிக்கைகளின் பண்புத்தரத்தை மேம்படுத்தக் கூடிய பயன்தரும் கருத்துகள், ஆலோசனைகள் என்பவற்றை எங்களுக்குச் சமர்ப்பிக்குமாறு அன்புடன் கேட்டுக் கொள்கிறோம்.

இந்த அறிக்கையைத் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான தகவல்களை வழங்கிய பிரதம பரீட்சகர்கள், மேலதிக பிரதம பரீட்சகர்கள், உதவிப் பரீட்சகர்கள், ஆர்வத்துடன் பங்களிப்பு வழங்கிய குழு உறுப்பினர்கள், பொறுப்புடன் கடமையாற்றிய இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்கள அலுவலர்கள், பணிக்குழுவினர் ஆகியோருக்கும் இத்தொகுப்புக்கான நிதி அனுசரணை வழங்கிய எதிர்கால அறிவை மையமாகக் கொண்டு பாடசாலைக் கல்விமுறைமையை மீளமைக்கும் செயற்றிட்டத்துக்கும் (TSEP - WB) எனது மனமாற்றந்த நன்றியை தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

**டபிள்யூ.எம்.என்.ஜே. புஷ்பகுமார**

பரீட்சை ஆணையாளர் நாயகம்

2016 டிசம்பர் 01

ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை

தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

பெலவத்தை, பத்தரமுல்ல.

வழிகாட்டல்	- <b>டபிள்யு.எம்.என்.ஜே. புஷ்பகுமார</b> பரீட்சை ஆணையாளர் நாயகம்
ஒழுங்கமைப்பும் நெறிப்படுத்தலும்	- <b>கயாத்திரி அபேகுணசேகர</b> பரீட்சை ஆணையாளர் (ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை)
இணைப்பு	- <b>ஜே. ஏ. ஜே.ஆர். ஜயக்கொடி</b> உதவிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
தொகுப்பு	- <b>பேராசிரியர் ஜி.எச். ஜயந்த லானெல்</b> சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் கணித விஞ்ஞானப் பிரிவு ஸ்ரீ ஜயவர்த்தனபுர பல்கலைக்கழகம்
	- <b>ஜே. ஜே. கே. சில்வா</b> சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் கணித விஞ்ஞானப் பிரிவு ஸ்ரீ ஜயவர்த்தனபுர பல்கலைக்கழகம்
	- <b>ஜே. ஏ. ஜே.ஆர். ஜயக்கொடி</b> உதவிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
ஆக்கக் குழு	- <b>ஆர்.ஏ. செனெஹலதா</b> உதவி அதிபர் குரு/கிரி/ சந்தலங்கா தேசிய பாடசாலை சந்தலங்கா
	<b>சீ. பமுணுகே</b> ஆசிரியர் சேவை I ஐ. எஸ் சேனாநாயக்கா கல்லூரி கொழும்பு 07
	<b>என்.எம் மிஸ்பாஹ்</b> ஆசிரியர் சேவை I க/ உயர் பெண்கள் பாடசாலை கண்டி
தமிழ் மொழிபெயர்ப்பு	- <b>செ. பிரணவதாசன்</b> உதவிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
கணினி பக்க வடிவமைப்பு	- <b>எஸ். றஹீனா ஹாசிம்</b> கணினி தரவுப் பதிவாளர்
முகப்பு அட்டை வடிவமைப்பு	- <b>வை. எஸ். அனுராதி</b> அபிவிருத்தி அலுவலர்

## உள்ளடக்கம்

### பகுதி I

பக்க எண்

1.	பாடக் குறிக்கோள்களும் பாட அடைவும் தொடர்பான தகவல்கள்	
1.1	பாடக் குறிக்கோள்கள்	1
1.2	பாட அடைவுகள் தொடர்பான புள்ளிவிபரவியலான தகவல்கள்	
1.2.1	இப்பாடத்துக்குத் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை	2
1.2.2	பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்ற விதம்	2
1.2.3	முதல் முறையாகத் தோற்றிய பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்ற விதம் - மாவட்ட ரீதியாக	3
1.2.4	வகுப்பாயிடை அடிப்படையில் புள்ளிகள் பெற்ற விதம்	4
1.3.	பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வு	
1.3.1	வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B யில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை	5
1.3.2	வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B இற்குரிய வினாக்களின் இலகுச்சுட்டி	6
1.3.3	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இற்காக ஒவ்வொரு வினாவிற்காகப் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ள விதம்	6
1.3.4	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இன் வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உபபிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்	7
1.3.5	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B யில் ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளினது இலகுதன்மை	8
1.3.6	வினாத்தாள் II இல் பகுதி A, B யில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை	9
1.3.7	வினாத்தாள் II இல் பகுதி A, B இற்குரிய வினாக்களின் இலகுச்சுட்டி	10
1.3.8	வினாத்தாள் II இல் பகுதி B இற்காக ஒவ்வொரு வினாவிற்காகப் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ள விதம்	10
1.3.9	வினாத்தாள் II இல் பகுதி B இன் வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உபபிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்	11
1.3.10	வினாத்தாள் II இல் பகுதி B யில் ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளினது இலகுதன்மை	12

### பகுதி II

2.	வினாக்களும் அவற்றிற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்	
2.1	வினாத்தாள் I உம் விடை எழுதியமை தொடர்பான தகவல்களும்	
2.1.1	வினாத்தாள் I இன் கட்டமைப்பு	13
2.1.2	வினாத்தாள் I இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்	14
2.1.3	I ஆவது வினாத்தாளில் வினாக்களுக்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்	17
2.2	வினாத்தாள் II உம் அதற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்	
2.2.1	வினாத்தாள் II இன் கட்டமைப்பு	58
2.2.2	வினாத்தாள் II இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்	59
2.2.3	II ஆவது வினாத்தாளில் வினாக்களுக்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்	61

### பகுதி III

3.	விடையளிக்கும்போது அவதானிக்கப்பட வேண்டிய விடயங்களும் ஆலோசனைகளும்	
3.1	விடையளிக்கும்போது அவதானிக்கப்பட வேண்டிய விடயங்கள்	101
3.2	கற்றல் கற்பித்தல் தொடர்பான கருத்துகளும் ஆலோசனைகளும்	103

## பகுதி I

### 1.0 பாடக் குறிக்கோள்களும் பாட அடைவு தொடர்பான தகவல்களும்

#### 1.1 பாடக் குறிக்கோள்கள்

- ★ கணிதத்தினை கூடியளவு விளங்கிக் கொள்வதற்காக மாணவர்களுக்கு கணித ரீதியான ஆரம்ப எண்ணக்கருவைப் பெற்றுக் கொடுத்தல்
- ★ கணித ரீதியான பிரசினம் தீர்த்தல்களுக்கு முறையான விளக்கத்தையும் தெளிவையும் மாணவர்களுக்கு பெற்றுக் கொடுத்தல்
- ★ கணிதம் தொடர்பான தர்க்கரீதியான சிந்தனை தொடர்பாக மாணவர்களின் உட்பாங்கை அதிகரித்தல்
- ★ கணிதம் கற்றலுக்காக மாணவர்களை உற்சாகப்படுத்தல்

குறிப்பு :

இந்த புதிய பாடத்திட்டத்தின் படி கணிதம்சார் அறிவை அதிகரிப்பது மட்டுமல்லாது அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதஞ்சார் அறிவைப் பயன்படுத்தும் திறனை அதிகரிப்பதன் மூலம் உள்ளார்ந்த அபிவிருத்தி ஏற்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

1.2. பாட அடைவு தொடர்பான புள்ளிவிபர ரீதியான தகவல்கள்

1.2.1 பாடத்திற்குத் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை

மொழிமூலம்	பாடசாலை	தனிப்பட்ட	மொத்தம்
சிங்களம்	23 354	4 711	28 065
தமிழ்	3 638	579	4 217
ஆங்கிலம்	1 400	199	1 599
மொத்தம்	28 392	5 489	33 881

அட்டவணை 1

1.2.2 பரீட்சார்த்திகளினால் தரங்கள் பெற்றுக்கொள்ளப்பட்ட விதம்

தரம்	பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகளின்		தனிப்பட்ட பரீட்சார்த்திகளின்		மொத்தம்	சதவீதம்
	எண்ணிக்கை	சதவீதம்	எண்ணிக்கை	சதவீதம்		
A	1 473	5.19	239	4.35	1 712	5.05
B	2 091	7.36	491	8.95	2 582	7.62
C	4 231	14.90	947	17.25	5 178	15.28
S	6 859	24.16	1 459	26.58	8 318	24.55
F	13 738	48.39	2 353	42.87	16 091	47.49
மொத்தம்	28 392	100.00	5 489	100.00	33 881	100.00

அட்டவணை 2



1.2.3 முதல் முறையாகத் தோற்றிய பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்றுள்ள முறை (மாவட்டங்களின் அடிப்படையில்)

மாவட்டம்	தோற்றியவர் எண்ணிக்கை	மிகச் சிறந்த சித்தி (A) பெற்றவர்		விசேட திறமைச் சித்தி (B) பெற்றவர்		திறமைச் சித்தி (C) பெற்றவர்		சாதாரண சித்தி (S) பெற்றவர்		சித்தி (A+B+C+S) பெற்றவர்		சித்தி யடையாதவர் (F)	
			%		%		%		%		%		%
1. கொழும்பு	3197	172	5.38	235	7.35	457	14.29	741	23.18	1605	50.20	1592	49.80
2. கம்பஹா	1735	63	3.63	76	4.38	182	10.49	399	23.00	720	41.50	1015	58.50
3. களுத்துறை	916	25	2.73	36	3.93	104	11.35	217	23.69	382	41.70	534	58.30
4. கண்டி	1122	59	5.26	55	4.90	161	14.35	226	20.14	501	44.65	621	55.35
5. மாத்தளை	251	4	1.59	13	5.18	25	9.96	52	20.72	94	37.45	157	62.55
6. நுவரெலியா	331	10	3.02	23	6.95	50	15.11	57	17.22	140	42.30	191	57.70
7. காலி	1163	57	4.90	82	7.05	180	15.48	266	22.87	585	50.30	578	49.70
8. மாத்தறை	981	77	7.85	73	7.44	151	15.39	221	22.53	522	53.21	459	46.79
9. அம்பாந்தோட்டை	639	37	5.79	48	7.51	100	15.65	161	25.20	346	54.15	293	45.85
10. யாழ்ப்பாணம்	776	70	9.02	81	10.44	128	16.49	215	27.71	494	63.66	282	36.34
11. கிளிநொச்சி	64	7	10.94	4	6.25	8	12.50	21	32.81	40	62.50	24	37.50
12. மன்னார்	55	0	0.00	1	1.82	5	9.09	14	25.45	20	36.36	35	63.64
13. வவுனியா	115	8	6.96	12	10.43	20	17.39	28	24.35	68	59.13	47	40.87
14. முல்லைத்தீவு	65	0	0.00	0	0.00	6	9.23	13	20.00	19	29.23	46	70.77
15. மட்டக்களப்பு	260	16	6.15	19	7.31	37	14.23	77	29.62	149	57.31	111	42.69
16. அம்பாறை	443	11	2.48	17	3.84	44	9.93	119	26.86	191	43.12	252	56.88
17. திருகோணமலை	154	10	6.49	7	4.55	20	12.99	29	18.83	66	42.86	88	57.14
18. குருநாகல்	1276	43	3.37	46	3.61	128	10.03	247	19.36	464	36.36	812	63.64
19. புத்தளம்	402	12	2.99	26	6.47	58	14.43	76	18.91	172	42.79	230	57.21
20. அனுராதபுரம்	424	10	2.36	9	2.12	43	10.14	90	21.23	152	35.85	272	64.15
21. பொலன்னறுவை	179	3	1.68	3	1.68	11	6.15	28	15.64	45	25.14	134	74.86
22. பதுளை	590	31	5.25	31	5.25	74	12.54	143	24.24	279	47.29	311	52.71
23. மொனராகலை	153	5	3.27	5	3.27	14	9.15	34	22.22	58	37.91	95	62.09
24. இரத்தினபுரி	626	17	2.72	32	5.11	78	12.46	147	23.48	274	43.77	352	56.23
25. கேகாலை	568	14	2.46	24	4.23	59	10.39	144	25.35	241	42.43	327	57.57
மொத்தம்	16485	761	4.62	958	5.81	2143	13.00	3765	22.84	7627	46.27	8858	53.73

அட்டவணை 3

#### 1.2.4 வகுப்பாயிடை அடிப்படையில் புள்ளிகள் பெற்ற விதம்

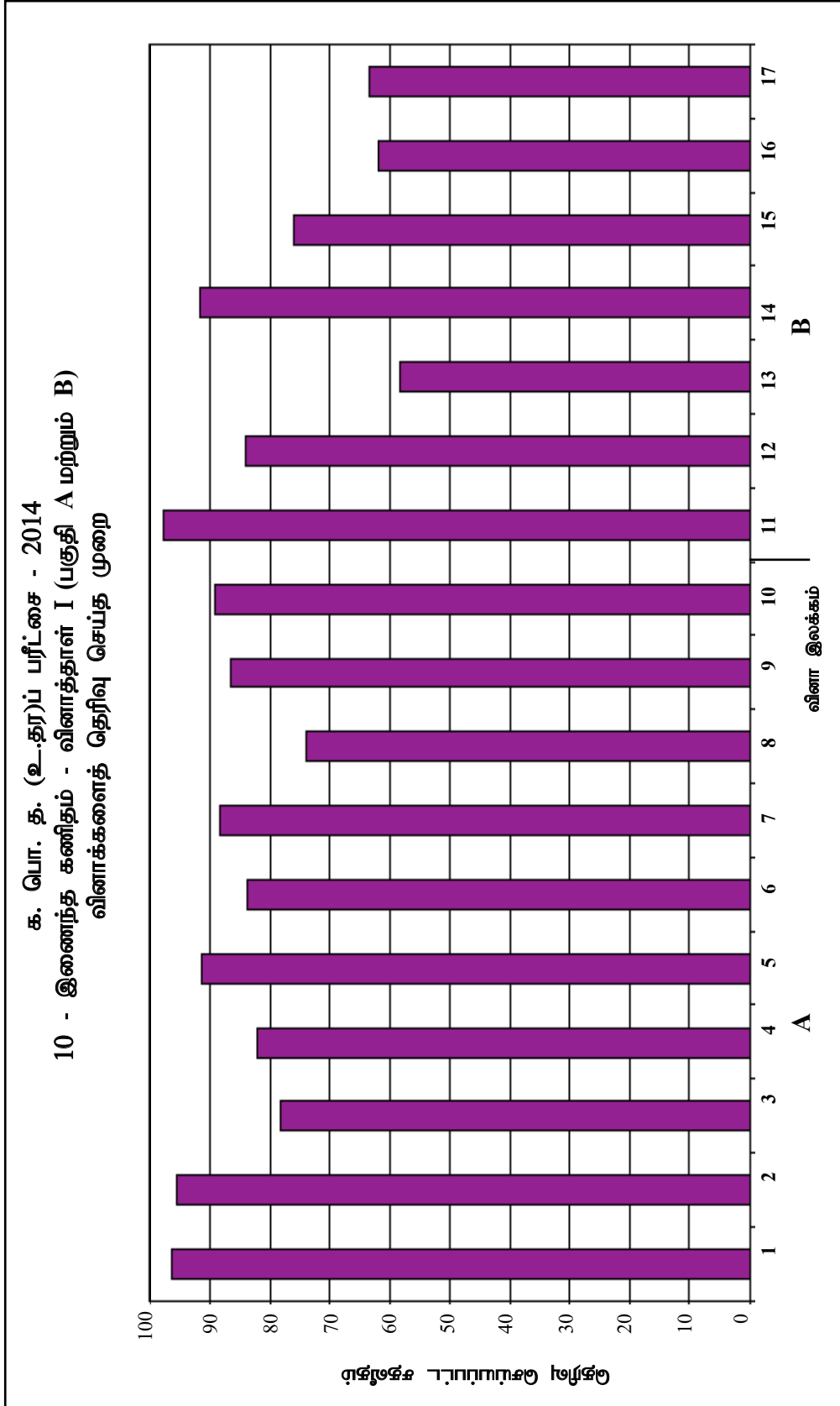
வகுப்பாயிடை	மீறன்	சதவீத மீறன்	திரள் மீறன்	சதவீத திரள் மீறன்
91 - 100	57	0.17	33 881	100.00
81 - 90	444	1.31	33 824	99.83
71 - 80	1 429	4.22	33 380	98.52
61 - 70	2 364	6.98	31 951	94.30
51 - 60	3 475	10.26	29 587	87.33
41 - 50	4 559	13.46	26 112	77.07
31 - 40	5 462	16.12	21 553	63.61
21 - 30	5 764	17.01	16 091	47.49
11 - 20	5 180	15.29	10 327	30.48
01 - 10	4 626	13.65	5 147	15.19
00 - 00	521	1.54	521	1.54

#### அட்டவணை 4

மேலே தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப இந்த பாடத்திற்காக 31 - 40 என்ற வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 5 462 ஆகும். அதனை சதவீதமாக எடுக்கும்போது 16.12% ஆகும். 40 புள்ளியைவிடக் குறைவாகப் புள்ளிகளைப் பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை 21 553 ஆவதோடு அது 63.61% ஆகும்.

### 1.3 பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வு

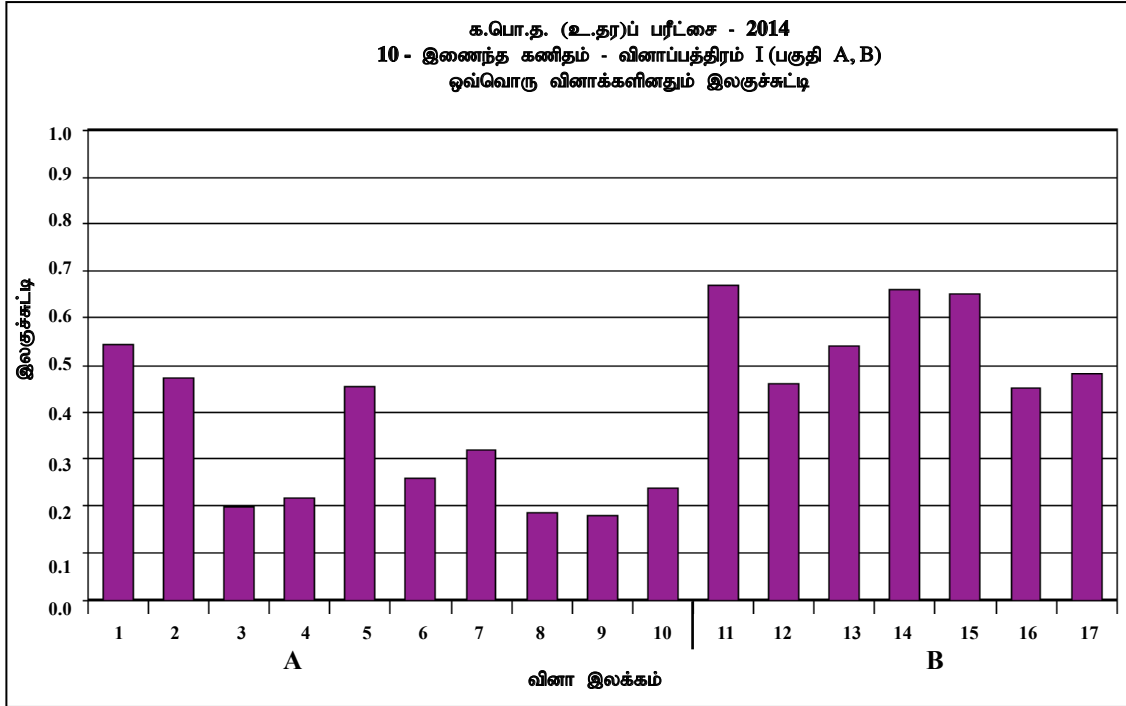
#### 1.3.1 வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B யில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்தமுறை



**வரைபு 1 (RD/16/02/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.**

வினாத்தாள் I இன் 17 வினாக்களுள் A பகுதிக்கு உரிய 1 தொடக்கம் 10 வரையான வினாக்கள் கட்டாய வினாக்கள் ஆவதோடு பகுதி B யிற்குரிய 11 தொடக்கம் 17 வரையிலான வினாக்களில் 5 வினாக்கள் மட்டுமே தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும். இவ்வரைபிற்கு ஏற்ப 1ஆம் வினாவிற்கு விடை எழுத முயற்சித்தோர் 96% இனர் ஆகும். அதிகளவிலானோர் அதாவது 98% இனர் விடை அளிப்பதற்காக 11 ஆவது வினாவைத் தெரிவு செய்துள்ளனர். குறைவாக தெரிவு செய்யப்பட்டுப்பது 13 ஆவது வினாவாவதோடு அதனைத் தெரிவு செய்தவர்களின் சதவீதம் 58% ஆகும்.

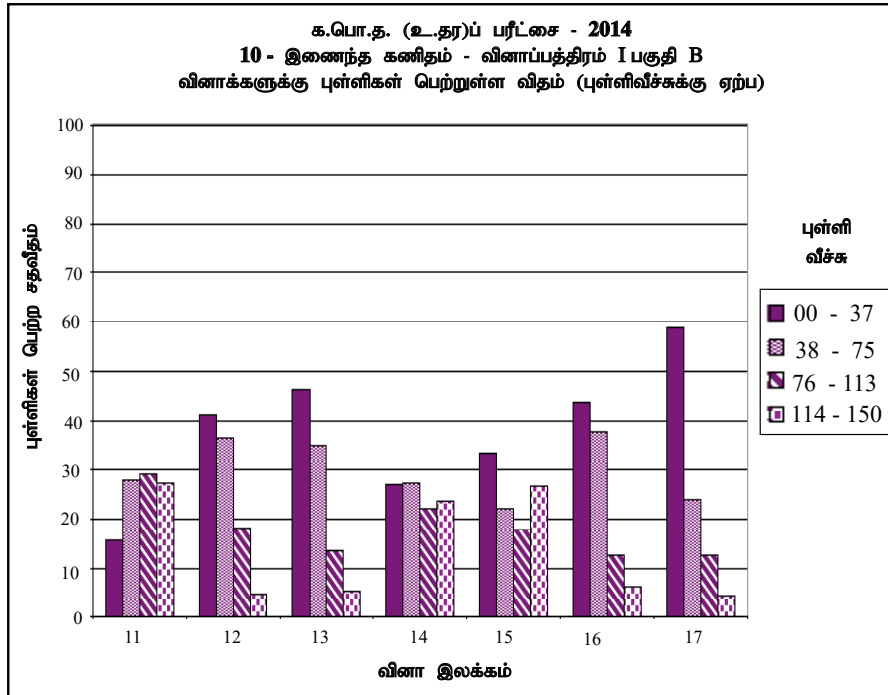
### 1.3.2 வினாத்தாள் I இல் - பகுதி A, B இற்குரிய வினாக்களுக்கான இலகுச்சுட்டி



வரைபு 2 - (RD/16/05/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

மேற்படி வரைபின் மூலம் இவ் வினாக்களுள் அதிக இலகுத்தன்மையுடையது 11ஆவது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 68% மட்டுமாகும். குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 9 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 18% மட்டுமேயாகும்.

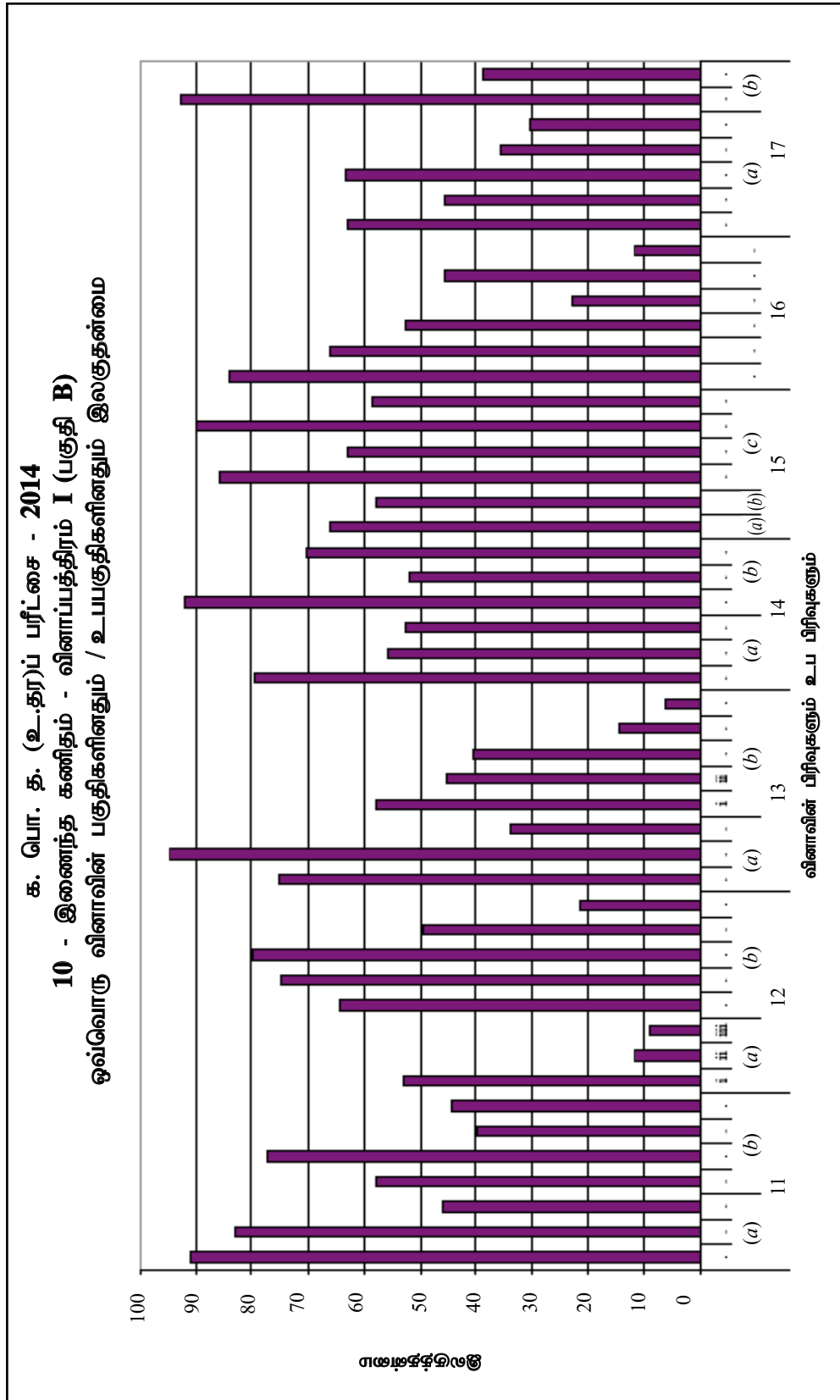
### 1.3.3 வினாத்தாள் Iஇல் பகுதி B இற்கு புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்



வரைபு 3 - (RD/16/02/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

இந்த வினாத்தாளிலே 11 இலிருந்து 17 வரையுள்ள ஒவ்வொரு வினாவுக்குமாக 150 புள்ளிகள் என்றவாறு ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் 11 ஆவது வினாவிற்காக ஒதுக்கப்பட்ட 150 புள்ளிகளுள் வரைபிற்கேற்ப 114-150 என்ற வீச்சிற்கு உட்பட்ட புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்டிருப்பது இந்த வினாவிற்காக விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் 27% இனர் மட்டுமேயாகும். இம்முறையில் அவ்வினாவுக்கு 76-113 என்ற வீச்சிற்கு உட்பட்ட புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்டிருப்பது 29% இனரும் 38-75 என்ற வீச்சிற்கு உட்பட்ட புள்ளிகளைப் பெற்றோர் 28%இனரும் 0-37 என்ற வீச்சிற்குரிய புள்ளிகளைப் பெற்றோர் 16% இனர் மட்டுமேயாகும்.

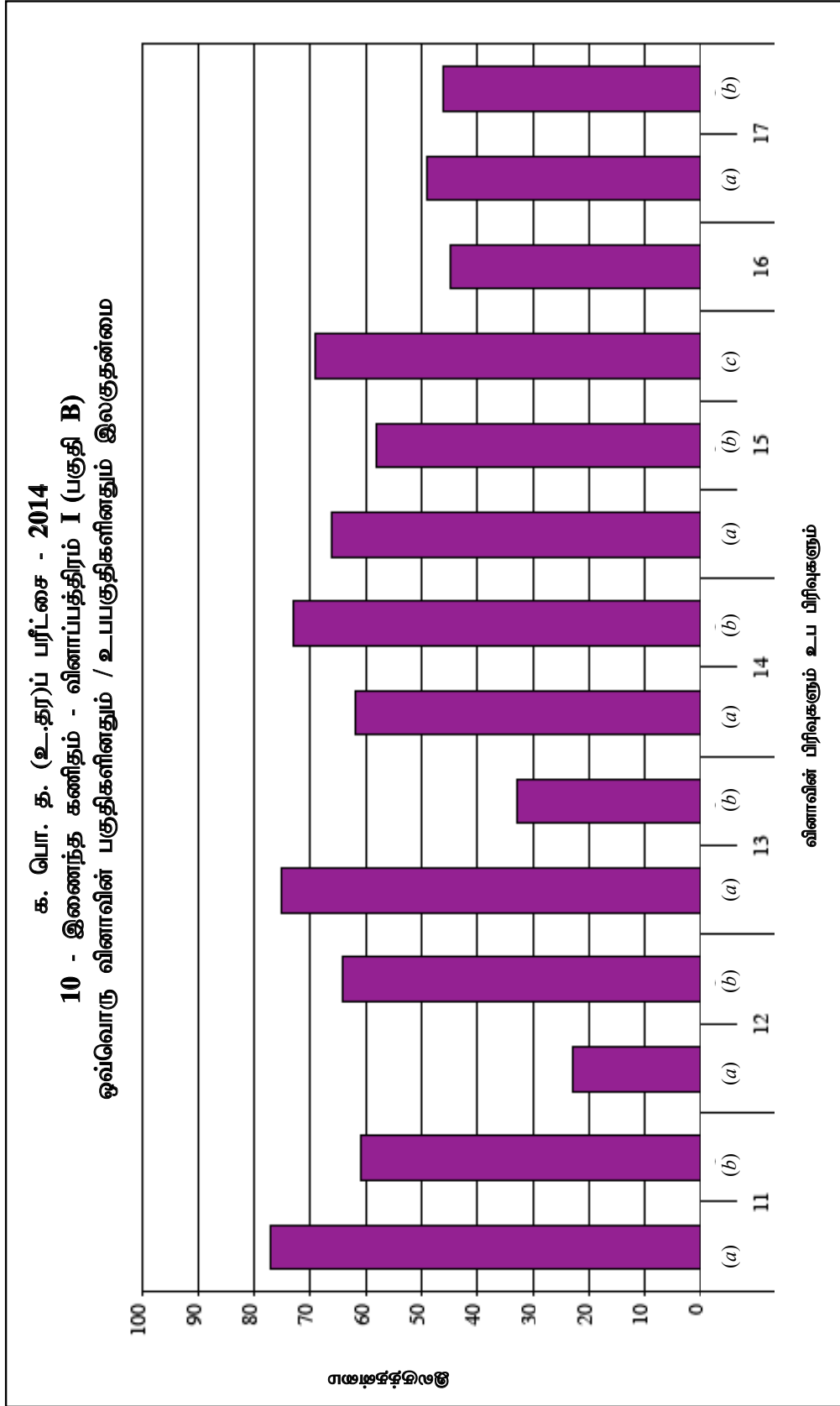
1.3.4 வினாத்தாள் I இனது B பகுதி வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உப பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்



**வரைபு 4. (RD/16/04/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)**

இவ்வரைபிற்கேற்ப 11 ஆம் வினாவின் (a) பகுதியின் முதலாம் உபபகுதியின் இலகுதன்மை 91% ஆகும். அவ்வினாவின் பகுதி (a) யின் இரண்டாம் உபபகுதியின் இலகுதன்மை 83% ஆகும்

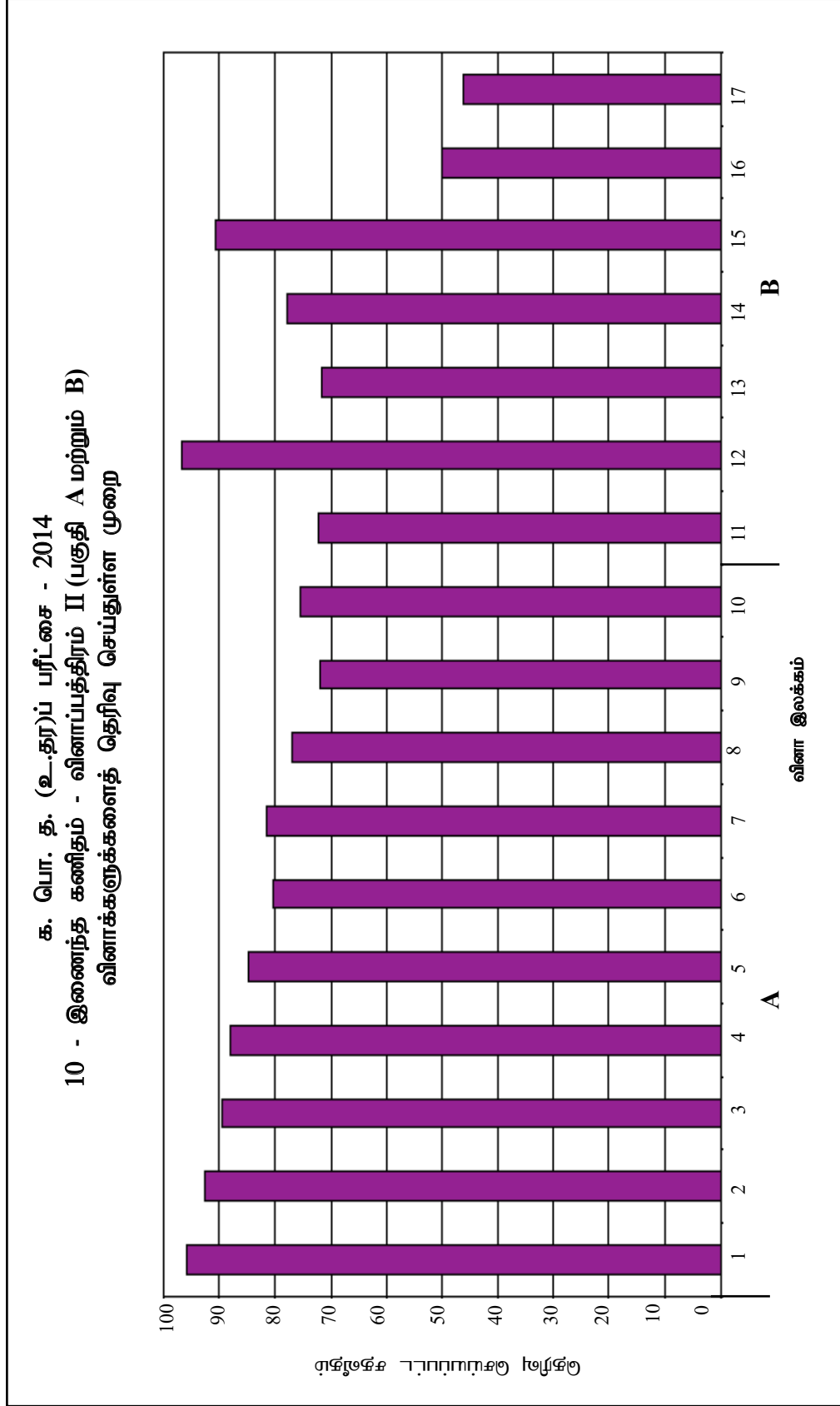
1.3.5 வினாத்தாள் I இல் பகுதி Bயில் ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளினது இலகுதன்மை



வரைபு 5. (RD/16/04/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)

இவ்வரைபிற்கேற்ப 11 ஆம் வினாவின் பகுதி (a) இற்கு அதகளவிலான இலகுதன்மை 77% ஆகும். 12 ஆம் வினாவின் பகுதி (a) யின் குறைந்த இலகுதன்மை 23% ஆகும்

### 1.3.6 வினாத்தாள் II இல் பகுதி A, B யில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை



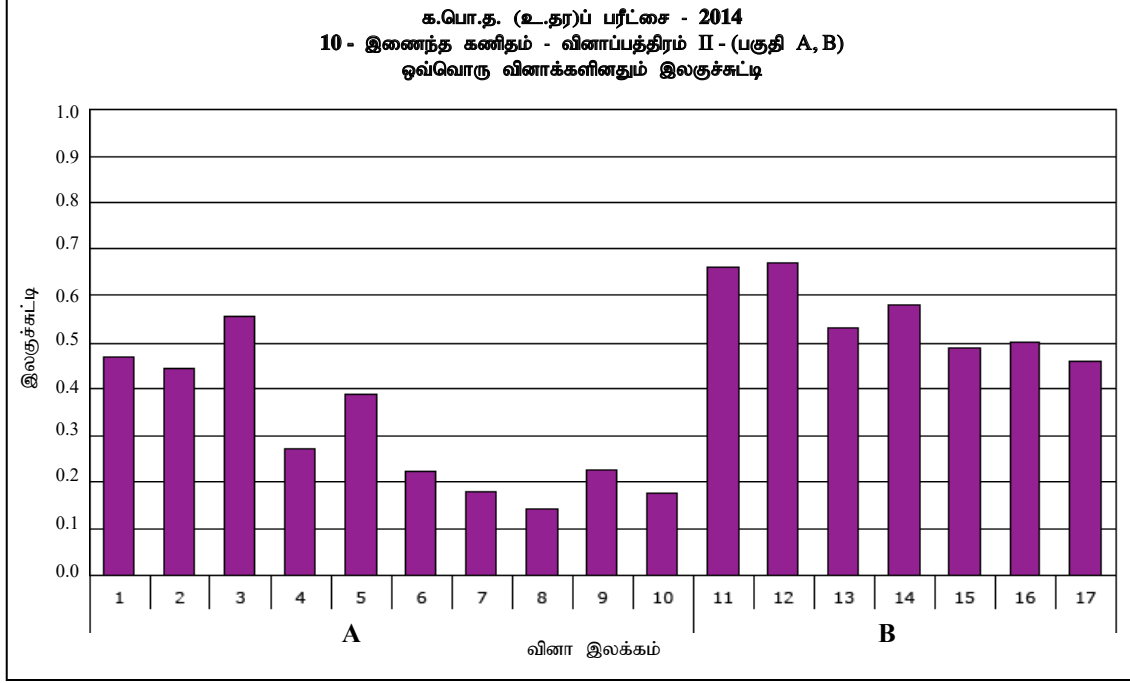
**வரைபு 6 (RD/16/02/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.**

வினாத்தாள் II A பகுதிக்கு உரிய 1 தொடக்கம் 10 வரையான வினாக்கள் கட்டாய வினாக்கள் ஆவதோடு பகுதி B இற்குரிய 11 தொடக்கம்

17 வரையிலான வினாக்களில் 5 வினாக்கள் மட்டுமே தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும்.

மேற்படி வரைபிற்கேற்ப முதலாவது வினாவிற்கு விடையெழுத முயற்சித்தோர் 96%இனர் மட்டுமேயாகும். கூடிய சதவீதத்தினரான 97%இனர் விடை எழுதுவதற்காக 12 ஆவது வினாவைத் தெரிவுசெய்து இருந்தனர். மிகக் குறைவாகத் தெரிவு செய்திருந்த வினா 17 ஆவது வினாவாகுடன் அதனைத் தெரிவு செய்தவர்களின் சதவீதம் 46% மட்டுமேயாகும்.

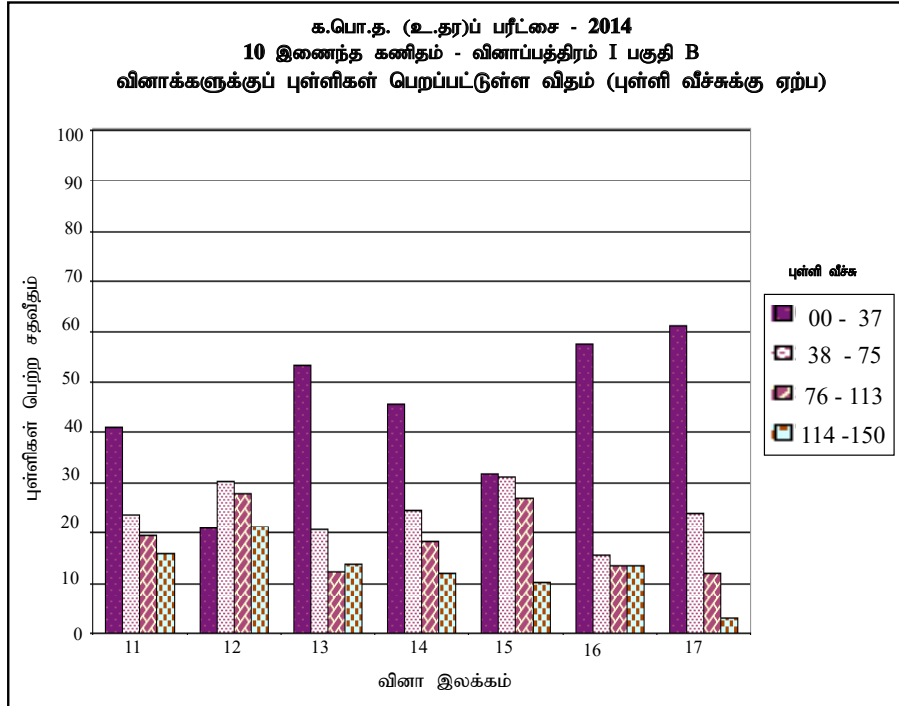
### 1.3.7 வினாத்தாள் II இல் A, B இற்குரிய வினாக்களின் இலகுச்சுட்டி



வரைபு 7 - (RD/16/05/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

மேற்படி வரைபிற்கேற்ப இவ் வினாக்களுள் அதிக இலகுத்தன்மையுடையது 12வது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 67% மட்டுமாகும். குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 8 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 14% மட்டுமேயாகும்.

### 1.3.8 வினாத்தாள் II இல் B இற்காக புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ள விதம்



இந்த வினாத்தாளில் வினாக்களில் 11 தொடக்கம் 17 வரையுள்ள ஒவ்வொரு வினாவிற்குமாக 150 புள்ளிகள் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளன.

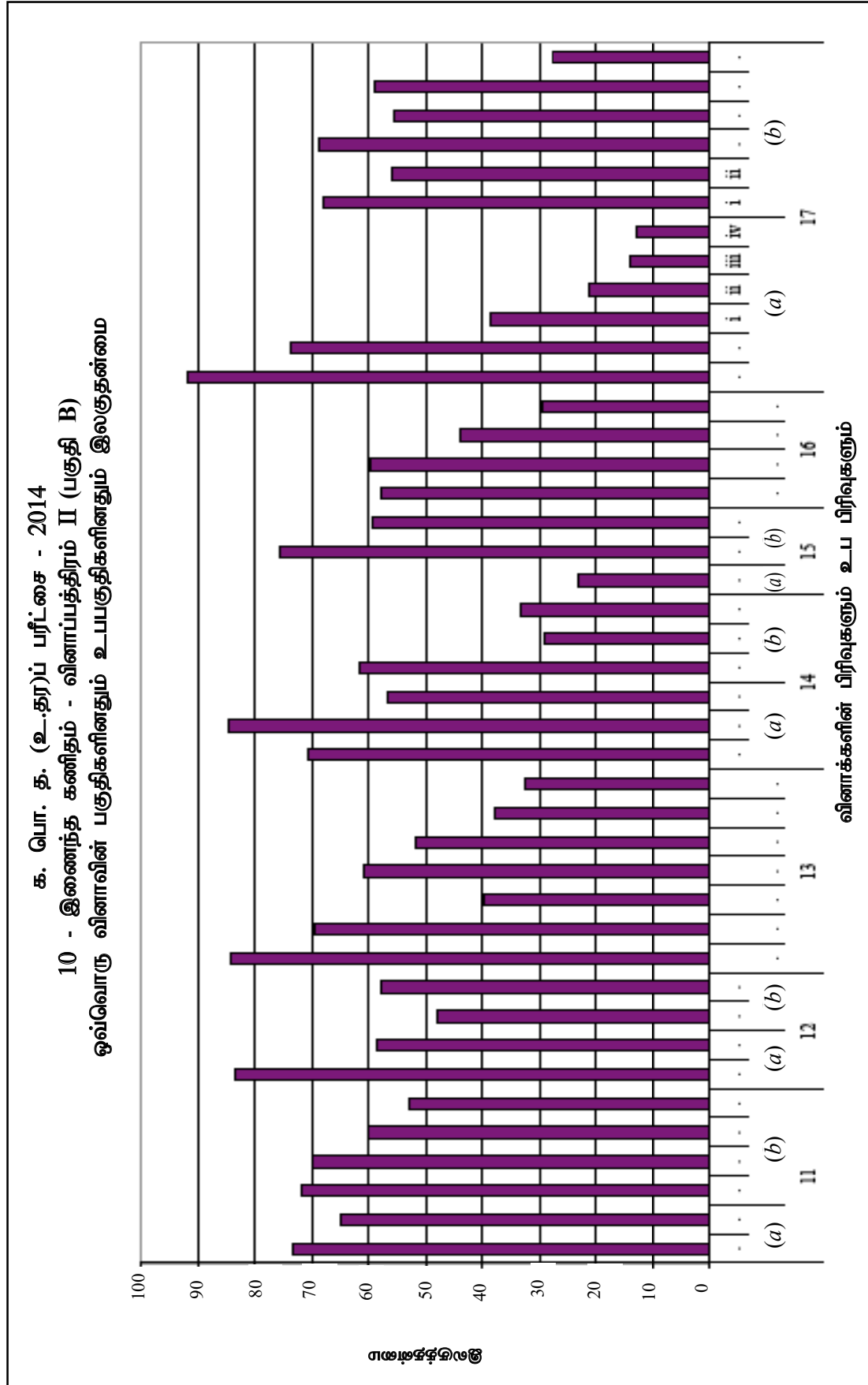
இதில் 11 ஆவது வினாவிற்காக ஒதுக்கப்பட்டுள்ள 150 புள்ளிகளுள் வரைபிற்கு ஏற்ப 114-150 வீச்சிற்கு உட்பட்ட புள்ளிகளை பெற்றவர்கள் இந்த வினாவிற்கு விடையளித்தவர்களில் 16% இனர் ஆகும்.

இம் முறைக்கு அந்த வினாவிற்காக ஒதுக்கப்பட்டுள்ள 76-113 வீச்சிற்குரிய புள்ளிகளைப் பெற்றவர்கள் 19% இனரும், 38-75 என்ற வீச்சிற்குரிய புள்ளிகளைப் பெற்றவர்கள் 24% இனர் 00-37 வீச்சில் புள்ளிகளைப் பெற்றவர்கள் 41% இனரும் ஆகும்.

வரைபு 8 - (RD/16/02/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)



1.3.9 வினாத்தாள் II இல் பகுதி B இன் வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உபபிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்

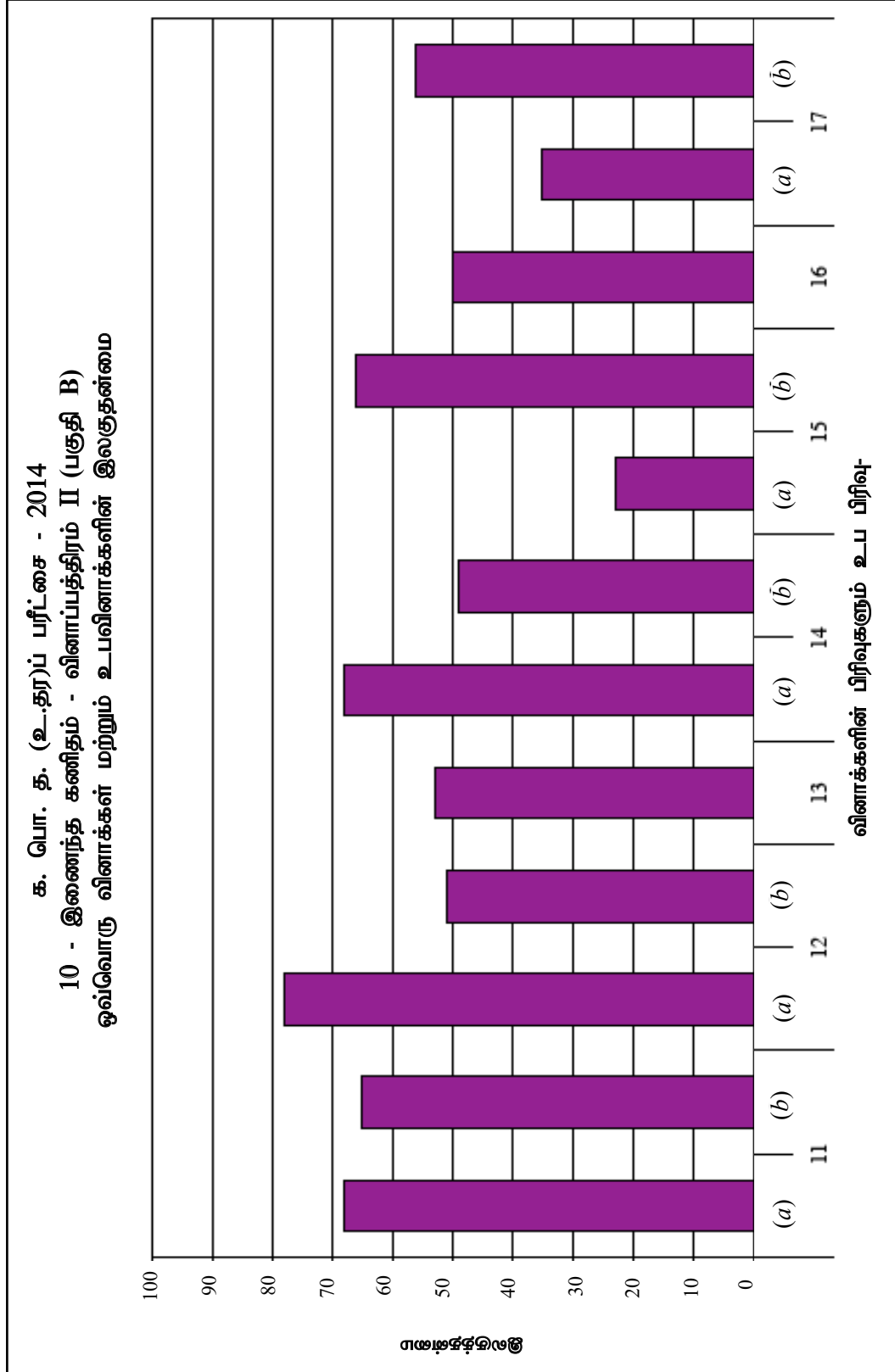


**வரைபு 9 (RD/16/04/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டவை. மேற்படி வரைபிலே தகவல்களைப் பெற்றுக்கொள்ளும் முறை கீழே தரப்பட்டுள்ள உதாரணத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.**

உதாரணம் :

11 ஆம் வினாவின் (a) பகுதியின் இலகுத்தன்மை 73% ஆவதுடன் அந்த வினாவின் பகுதி (a) இன் இரண்டாம் பகுதியின் இலகுத்தன்மை 65% ஆகும்.

1.3.10 வினாத்தாள் II இல் பகுதி Bயில் ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளினது இலகுதன்மை



**வரைபு 10 :** (RD/16/04/AL படிவத்திலிருந்து பெற்ற தகவல்களின் அடிப்படையில்

மேலே தரப்பட்ட வரையிடத்திற்கேற்ப 12 ஆம் வினாவின் பிரிவு (a) இன் இலகுதன்மை 78% ஆகும். 15 ஆம் வினாவின் பிரிவு (a) இன் இலகுதன்மை 23% ஆகும்.

## பகுதி II

### 2 வினாக்களும் அவற்றிற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்

#### 2.1 வினாப்பத்திரம் I உம் அதற்கு விடையளிக்கப்பட்டுள்ளமை தொடர்பான விபரங்களும்

##### 2.1.1 வினாப்பத்திரம் I - கட்டமைப்பு

நேரம் 03 மணித்தியாலங்கள். மொத்தம் 100 புள்ளிகள்

இவ்வினாத்தாள் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

**பகுதி A - 10** வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **25** புள்ளிகள் வீதம் **250** புள்ளிகள்

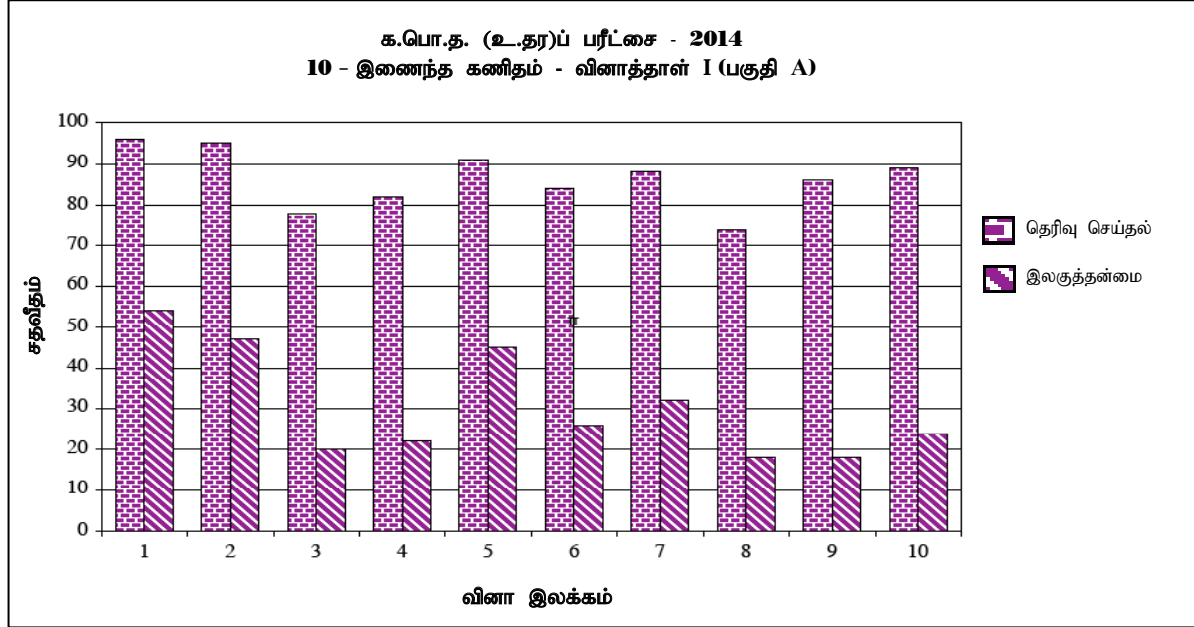
**பகுதி B - ஏழு** வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **150** புள்ளிகள் வீதம் **750** புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் I இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் =  $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

\* பரீட்சையில் பகுதி A யிற்கு வினாத்தாளின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடையை எழுத வேண்டும்.

## 2.1.2 I ஆவது வினாத்தாளுக்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்

இந்த வினாத்தாளில் பகுதி A யிற்குரிய பத்து வினாக்களுக்கும் கட்டாயமாக விடை எழுத வேண்டும். எனினும் அதற்கு விடை எழுதிய பல்வேறு முறைகளைக் காண முடிந்தது, இந்த 10 வினாக்களுக்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம், அதற்கேற்ப அந்த வினாவின் இலகுதன்மை என்பன கீழே உள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



**வரைபு 11 :** இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி A யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுதன்மை.

இந்த இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் I இன் பகுதி A யில் உள்ள 10 வினாக்களுக்கும் விடையளிப்பது கட்டாயமாக இருப்பினும் வினாத்தாள் I இற்கு தோற்றியிருந்த பரீட்சார்த்திகளுள் 90% இணை விடக் கூடியவரின் விடையளிப்பதற்கு முயற்சித்து இருந்தது 1, 2, 5 போன்ற வினாக்களுக்கு மட்டுமேயாகும். அவற்றுள் பரீட்சார்த்திகள் அதிகளவிலானோர் விடையளிப்பதற்கு முயற்சித்து இருந்தது 1 ஆவது வினாவாவதோடு அதன் இலகுதன்மை 96% ஆகும். பத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிப்பது கட்டாயமாக இருப்பினும் எல்லாப் பரீட்சார்த்திகளினாலும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சிக்கப்பட்ட ஒரேயொரு வினாவேனும் இந்த பத்து வினாக்களிடையே இல்லாது இருந்தமை விசேடமாக காணக்கூடிய விடயமாகும்.

மேலும் 3 ஆம் 8 ஆம் இலக்க வினாக்களுக்கு விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகள் 80% த்தினை விடக் குறைந்த சதவீதத்தினர் என அறிய முடிந்தது. அவ்வாறெனின், 20% இற்கும் அதிக சதவீதத்தினர் அந்த வினாக்கள் இரண்டிற்கும் எந்த மட்டத்தினரும் விடை எழுத கருத்திற்கொள்ளாது இருந்துள்ளனர்.

8 ஆம் வினாவிற்கு விடை எழுதுவதற்கு உற்சாகம் காட்டிய பரீட்சார்த்திகளுள் 74% இனர் மட்டுமேயாகும். இலகுவாகவும் திருப்திகரமாகவும் விடையளிப்பதன் மூலம் பரீட்சார்த்திகள் மிகவும் மகிழ்ச்சியாக புள்ளிகளைப் பெறக்கூடியதென எதிர்பார்க்கப்படும் இந்த பத்து வினாக்களுள் இலகுதன்மை 50% அல்லது அதிலும் அதிகமாகக் காணப்படுவது 1 ஆவது வினா மட்டுமேயாகும். அது 54% ஆகும். 3, 4, 8, 9, 10 என்ற ஐந்து வினாக்களினதும் இலகுதன்மை 25% இலும் குறைவாக இருந்ததுடன் 8 மற்றும் 9 ஆம் வினாக்களின் இலகுதன்மை 18% ஆன மிகக் குறைந்த பெறுமதிக்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது. மொத்தமாக பத்து வினாக்களின் இலகுதன்மை 18-54 வீச்சினுள் வரையறுக்கப்பட்டிருந்ததை கவனிக்க முடிகின்றது.

இந்த பத்து வினாக்களையும் செய்த பரீட்சார்த்திகளின் துலங்களின் தன்மையை மிகவும் பகுப்பாய்ந்து பார்ப்பதற்காக அட்டவணை 5 இல் காட்டியுள்ள தகவல்களைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

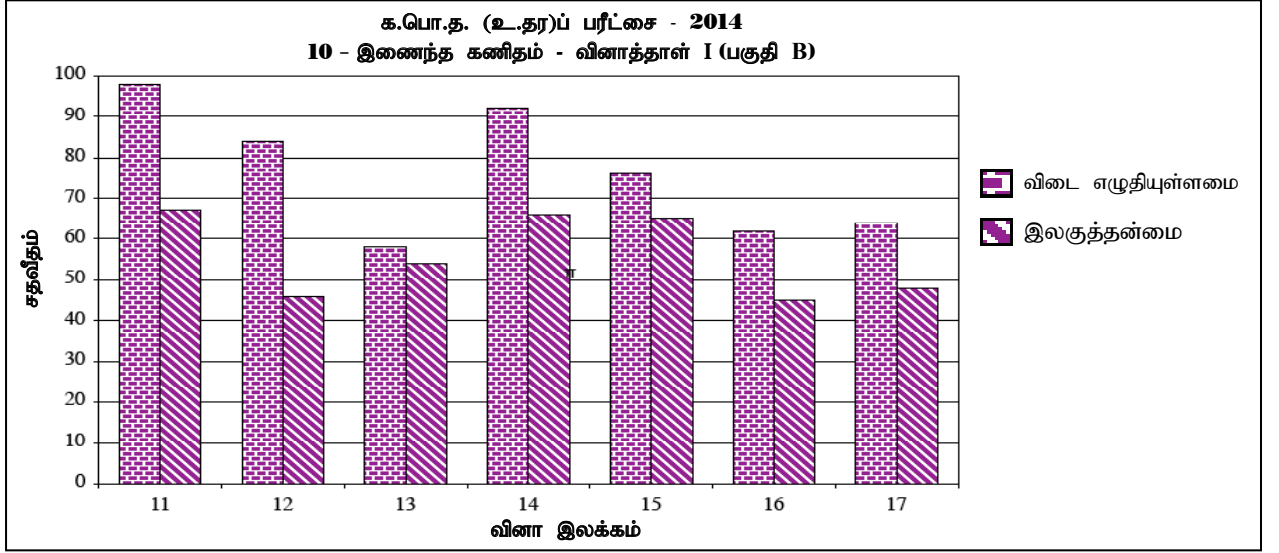
வினா இலக்கம்		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விடை எழுதி இருந்த பரீட்சார்த்திகளுள்	புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம்	11	28	43	47	26	47	27	44	41	19
	25 புள்ளிகளையும் பெற்றவர்களின் சதவீதம்	31	24	6	13	23	20	11	3	4	8
விடை எழுதுவதற்கு முயற்சிக்காத பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்		4	5	22	18	9	16	12	26	14	11
வினாவின் % இலகுத்தன்மை		54	47	20	22	45	26	32	18	18	24

**அட்டவணை 5 :** இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் புள்ளிகளைப் பெறாத மற்றும் 25 புள்ளிகளையும் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்

வினாவிற்குரிய முழு அளவிலான புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளுள் மிகக் கூடிய சதவீதத்தினர் அதாவது 31% இனை பெற்றது வினா இலக்கம் 1 இற்கு என்பதையும் ஏனைய வினாவிற்காக 25 புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 25% இனைத் தாண்டவில்லை என்பதும் மேலேயுள்ள தகவல்கள் மூலம் தெரியவருகிறது. வினா இலக்கம் 8 இற்கு 25 புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 3% மட்டுமேயாகும். இந்த வினாவிற்கு விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் 44% இனர் எந்தப் புள்ளிகளைப் பெற்றிருக்கவில்லை என்பது தெரிகிறது. அதற்கு மேலதிகமாக வினா இலக்கம் 3, 4, 6, 8, 9 என்ற ஐந்து வினாக்களுக்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளுள் 40% இற்குக் கூடிய சதவீதத்தினர் ஒரு புள்ளியைக் கூடிய பெற்றிராமை மிகத் தெளிவாகத் தெரிகிறது.

இணைந்த கணித பாடத்தில் I ஆவது வினாத்தாளில் அடிப்படையாக அமைந்த தூய கணித விடயத்திற்குரிய வரைவிலக்கணங்கள் மற்றும் அடிப்படை எண்ணக்கருக்களை கருத்திற் கொண்டு தயாரிப்பதற்கு தீர்மானிக்கப்பட்டுள்ள இந்த பத்து வினாக்களும் அந்தப் பாடத்திற்கு தோற்றியுள்ள பரீட்சார்த்திகளுக்கு மிகவும் இலகுவாகப் புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியும் என எதிர்பார்க்கப்பட்டாலும் மேலுள்ள தரவுகளில் இருந்து தெரியவருவது அது நடைபெறவில்லை என்பதாகும். மேலும் பரீட்சார்த்திகளில் 26% இனர் 8 ஆம் வினாவுக்கு விடை எழுதுவதற்கு முயற்சிக்கவுமில்லை என்பதைக் காண முடிகின்றது.

இணைந்த கணிதம் வினாப்பத்திரம் I இன் பகுதி B யிலே தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் தமது விருப்பத்திற்கேற்ப தெரிவு செய்யப்பட்ட ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுத வேண்டியதோடு அந்த ஒவ்வொரு வினாக்களுக்காகவும் வினாப்பத்திரம் I இற்குரிய புள்ளி 1000 இல் 150 என்றவாறு கிடைக்கப்பெறும். அந்த வினாவைத் தெரிவு செய்த முறையில் அவற்றின் இலகுத்தன்மை கீழேயுள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



**வரைபு 12 :** இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த

பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுத்தன்மை.

வினாத்தாள் I இன் பகுதி B யில் தரப்பட்டுள்ள ஏழு வினாக்களில் பரீட்சார்த்திகள் அதிகமானோர் 11 ஆம் வினாவைத் தெரிவு செய்துள்ளனர். அதாவது, 98% ஆக உயர்ந்தபட்சம் தெரிவு செய்வதற்கு முடியுமாய் இருப்பது 11ஆம் வினாவாகும். இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்படுவதுடன் அது 67% ஆகும். அதன் மூலம் அறிய முடிவது இந்த வினாப்பத்திரத்தின் பகுதி A யில் உள்ள வினாக்களை விட அதிகமாக 11 ஆவது வினாவிற்கு விடை எழுதுவதற்கு மாணவர்கள் முன்ஆயத்தமாக உள்ளனரென்பது தெளிவாகிறது. இந்த வினாவிற்கு அடிப்படையாக அமைவது “பல்லுறுப்பு மற்றும் இருபடிச்சமன்பாடுகள்” என்ற கருப்பொருளின் கீழ் வருகின்ற மீதித் தேற்றம், காரணித் தேற்றம், அட்சரகணித சமன்பாட்டின் மூலகங்கள் போன்ற விடயங்களாகும்.

வினாத்தாள் I இன் பகுதி B பகுதியிலே உள்ள வினாக்களில் இருந்து மிகவும் குறைவாக தெரிவு செய்யப்பட்டிருப்பது 13 ஆவது வினாவாகும். அது பரீட்சார்த்திகளில் 58% த்தினர் ஆகும். அதன் இலகுத்தன்மை 54% ஆகும். தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் மிகவும் குறைவான இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 16 ஆம் வினாவாவதோடு அது 45% ஆகும். வினாத்தாள் I இன் பகுதி A இன் பத்து வினாக்களில் ஒரு வினா மட்டும் 50% இற்கு அதிகமான இலகுத்தன்மை காணப்படுவதுடன் பகுதி B யின் ஏழு வினாக்களில் நான்கு வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 50% இலும் அதிகமாகும். 1, 2 ஆம் வினாக்கள் தவிர எஞ்சிய எட்டு வினாக்களின் இலகுத்தன்மை B பகுதியின் வினாக்களில் மிகக் குறைந்த இலகுத்தன்மையை விடக் குறைவாகும். அதன் மூலம் தெரியவருவதானது வினாத்தாள் I இன் பகுதி A இற்கு விடை எழுதுவதைவிட B பகுதியின் வினாவுக்கு விடையளிப்பதன் மூலம் பரீட்சார்த்திகள் புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முயற்சித்துள்ளனர் என்பதாகும். அந்த முயற்சி வெற்றியளித்துள்ளதாகத் தெரிகிறது. மேலும் பகுதி A வினாக்களின் மொத்த இலகுத்தன்மை 31% ஆவதுடன் பகுதி B யின் மொத்த இலகுத்தன்மை 56% ஆகும். அதன் மூலம் மேற்படி கருத்து உறுதி செய்கின்றது.

வினாத்தாள் I இல் A, B என்ற பகுதிகளின் இலகுத்தன்மைக்கேற்ப வெளிப்படுத்துவதானது இணைந்த கணிதத்தில் மிகவும் சித்தாந்த ரீதியான விடயங்கள் அடங்கிய தூய கணித பகுதிக்குத் தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு உயர்ந்த பகுதிகள் கிடைக்கக் கூடியவாறு விடை எழுத பரீட்சார்த்திகளால் முடியாது போய் இருந்தது. இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்வதற்காக விசேடமாக இந்த வினாக்களின் பகுதி A யில் அடங்கியுள்ள வினாக்களின் தன்மையை எளிததாகவும் நேரடியாகவுமான வினாக்களை தொடர்ந்து பயிற்றுவிப்பதற்காக பரீட்சார்த்திகள் முன்வரவேண்டும். பகுப்பாய்வு ரீதியான அல்லது பாட அலகுகளை அடிப்படையாகக் கொண்ட இவ்வகையான சிறு வினாக்களை உள்ளடக்கி மீட்டல் பயிற்சிகளில் பரீட்சார்த்திகள் தொடர்ந்து ஈடுபட்டு குறுகிய நேரத்தினுள் அவ்வகையான வினாக்களுக்கு விடையளித்து உயர்ந்தபட்ச புள்ளிகளைப் பெறுவதற்கான திறமை அவர்களிடம் வளர்க்கப்பட வேண்டும். அதனால் பரீட்சார்த்திகளுக்கு கிடைக்கும் தன்மை மற்றும் அனுபவம் போன்றவை மற்றைய வினாத்தாள்களிலும் உள்ளடக்கக் கூடியவாறான கட்டமைக்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுத முன்வர வேண்டும். இதனால் மிகவும் மகிழ்ச்சிகரமான பெறுபேறுகளை பெற்றுக்கொள்ளவதற்கு பரீட்சார்த்திகளுக்கு முடியுமாய் இருந்தது.

2.1.3 I ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாவிற்குமும் எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும் இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் I பகுதி A

வினா இலக்கம் 1

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கும்  $\sum_{r=1}^n r(3r-1) = n^2(n+1)$  என நிறுவுக.

$$n=1 \text{ ஆக LHS} = \sum_{r=1}^1 r(3r-1) = 2$$

$$\text{RHS} = 1(1+1) = 2 \quad (5)$$

$\therefore n=1$  இற்கு முடிவு உண்மை.

K என்பது ஒரு நேர் முழு எண் ஆக இருக்க  $n=k$  இற்கு முடிவு உண்மை என்க.

$$\text{அதாவது } \sum_{r=1}^k r(3r-1) = k^2(k+1) \quad (5)$$

$n=k+1$  ஆகும் போது,

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^{k+1} r(3r-1) &= \sum_{r=1}^k r(3r-1) + (k+1)[3(k+1)-1] \quad (\text{தொகுத்தறி கருதுகோள் படி}) \\ (5) \quad &= k^2(k+1) + (k+1)(3k+2) \\ &= (k+1)[k^2 + 3k + 2] \quad (5) \\ &= (k+1)^2(k+2) = (k+1)^2[(k+1)+1]. \end{aligned}$$

எனவே  $n=k$  இற்கு முடிவு உண்மையாகும் போது  $n=(k+1)$  இற்கு முடிவு உண்மையாகும். நாம் ஏற்கனவே  $n=1$  இற்கு முடிவு உண்மை எனக் காட்டியுள்ளோம். ஆகவே கணிததொகுத்தறி கோட்பாட்டின்படி எல்லா நேர்முழு எண்களுக்கும் முடிவு உண்மையாகும்.

(5)

25

1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

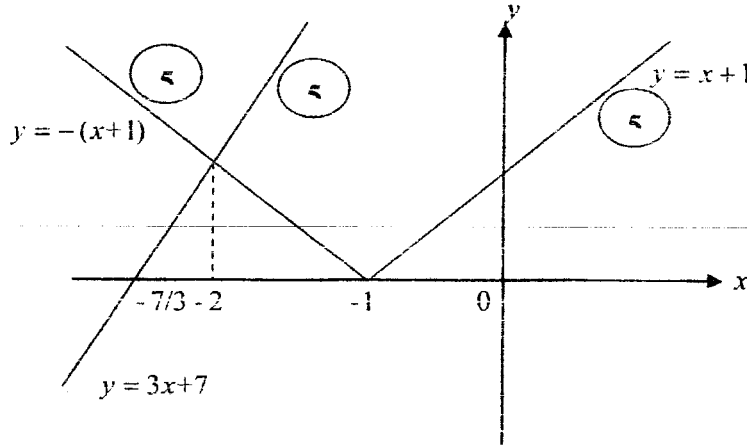
இந்த வினா கட்டாயமானதாயினும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்தோர் 96% ஆனோர் மட்டுமேயாகும். கணிதத் தொகுத்தறிக் கோட்பாட்டை சரியான முறையில் பயன்படுத்துதல் இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 54% ஆகும்.

$n=k$  ;  $k \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு எடுகோளாக  $\sum_{r=1}^k r(3r-1) = k^2(k+1)$  என எழுத வேண்டியிருப்பினும்  $\sum_{r=1}^k k(3k-1) = k^2(k+1)$  என பிழையாக எழுதியமையினால் பரிட்சார்த்திகள் அதிகளவிலானோருக்கு புள்ளிகள் கிடைக்காது போயின. மேலும்  $n=k$  இற்காக கூற்றைக் கருதும்போது அது சரியாகக் கூறப்படாமை மற்றும் இறுதிப் படிமுறையிலே “கணிதத் தொகுத்தறி கோட்பாட்டிற்கேற்ப” என்ற வாசகம் இல்லாமையினால் புள்ளிகள் கிடைக்காது போயின.

கணித தொகுத்தறி கோட்பாட்டின் படிமுறையை உறுதி செய்யப்படுமாறான பயிற்சிகளில் ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 2

2. ஒரு வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக, சமனிலி  $|x+1| > 3x+7$  ஐத் திருப்தியாக்கும்  $x$  இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.



இரு வரைகளும் வெட்டும் புள்ளியில்  $-x-1=3x+7$  ஆக வேண்டும். எனவே  $x = -2$ .

இச்சமனிலியை திருப்திசெய்யும்  $x$  இன் மெய்ப்பெறுமானங்களின் தொடை  $= \{x \in \mathbb{R} : x < -2\}$ .

25

மறுமுறை: II

வகை (i)  $x \leq -1$

இந்தவகையில்  $|x+1| > 3x+7$

$$\Leftrightarrow -(x+1) > 3x+7$$

$$\Leftrightarrow x < -2.$$

இந்தவகையில்  $x < -2$  ஐ திருப்தியாக்கும்  $x$  இன் பெறுமானங்கள் தீர்வாகும்

வகை (ii)  $x > -1$

இந்தவகையில்  $|x+1| > 3x+7$

$$\Leftrightarrow x+1 > 3x+7$$

$$\Leftrightarrow x < -3$$

இந்தவகையில்  $x$  ஐ திருப்தியாக்கும் பெறுமானங்கள் இல்லை.

எனவே பெறுமானத்தொடை  $\{x \in \mathbb{R} : x < -2\}$ .

25



மறுமுறை: III

வகை(i)  $x \leq -\frac{7}{3}$

இந்தவகையில்  $3x+7 \leq 0$ , எனவே  $|x+1| > 3x+7$  எல்லா  $x$ இன் பெறுமானங்களையும் திருப்தியாக்கும்.

, எனவே இந்தவகையில் திருப்தி செய்யும் பெறுமானங்கள்  $x \leq -\frac{7}{3}$ .

5

வகை(ii)

$x > -\frac{7}{3}$

இந்தவகையில்  $|x+1| > 3x+7$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 > (3x+7)^2$

5

$\Leftrightarrow 8x^2 + 40x + 48 < 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < -2$

5

இந்தவகையில் திருப்தியாக்கும்  $x$ ஐ பெறுமானங்கள்  $-\frac{7}{3} < x < -2$ .

5

எனவே இரண்டு வகையிலும் பெறுமாத் தொடை  $\{x \in \mathbb{R} : x < -2\}$ .

5

25

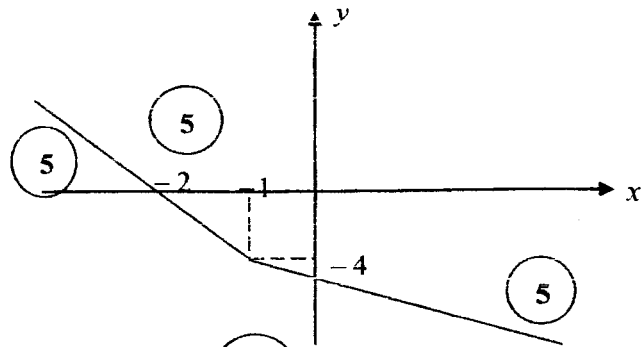
மறுமுறை: IV

சமனிலி  $|x+1| > 3x+7$  ஐ  $|x+1| - (3x+7) > 0$ . என எழுதலாம்

$y = |x+1| - (3x+7)$  எனின்

$y = \begin{cases} -2x-6 & \text{if } x \geq -1, \\ -4x-8 & \text{if } x < -1. \end{cases}$

5



எனவே பெறுமானத் தொடை  $\{x \in \mathbb{R} : x < -2\}$ .

5

25

## 2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா காட்டாய வினாவாக இருந்தபோதும் விடையளிப்பதற்கு முயற்சித்தோர் 95% இனரே ஆகும். இந்த வினாவில் மட்டுப் பெறுமான சமனிலியை வரைபு முறையிலோ அல்லது அட்சர கணித முறையிலோ தீர்ப்பதற்கு எதிர்பார்த்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 47% ஆகும். வரைபு முறையிலோ அல்லது அட்சர கணித முறையிலோ இதனைத் தீர்க்கும் போது மட்டு தொடர்பான வரைவிலக்கணங்களை சரியாகப் பயன்படுத்தாமையினால் இந்த வினாவிற்கு விடையளிக்கும்போது அதிகளவிலானோர் திருப்தியில்லாது இருந்தனர். அட்சர கணித முறையிலே சமனிலியின் இரு பக்கமும் புள்ளிகளைக் கவனிக்காது வர்க்கிக்க சென்று சரியான விடையை அடைய முடியாது இருந்தது.

மட்டின் கருத்தை காட்டும் போது சரியான உறுதி செய்யக்கூடிய முறையிலே பல்வேறு முறைகளின் கீழ் பயிற்சிகளை தொடர்ந்து செய்விப்பதன் மூலம் இவ்வாறான வினாக்களை இலகுவாக்கிக் கொள்ளமுடியும். மேலும் மட்டு கூற்றை வர்க்கித்தல் தொடர்பாகவும் கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும்.

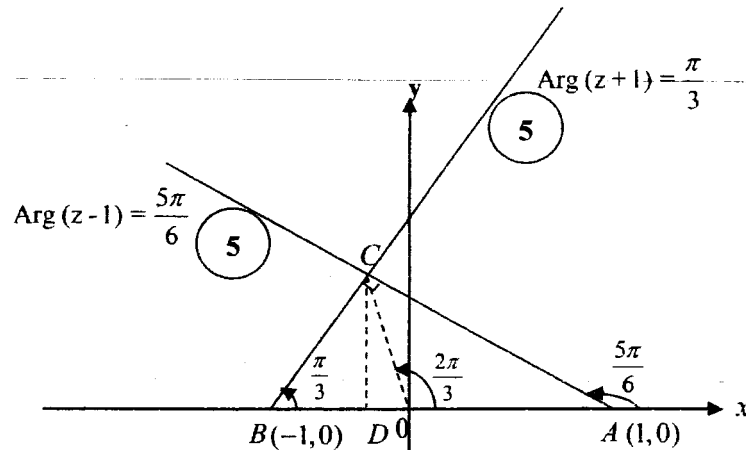
### வினா இலக்கம் 3

3. ஒரே ஆகண வரிப்பட்டத்தில்

(i)  $\text{Arg}(z+1) = \frac{\pi}{3}$ ,

(ii)  $\text{Arg}(z-1) = \frac{5\pi}{6}$

ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள்  $Z$  இனால் வகைகுறிக்கப்படும் புள்ளிகளின் ஒழுக்குகளைப் பரும்படியாக வரைந்து, அவற்றின் வெட்டுப் புள்ளியினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்ணைக் காண்க.



வேண்டிய சிக்கல் எண்  $z_c$  என்க.

$$\angle C = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}.$$

எனவே  $AB = 2$ ,  $BC = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 1$ .

இப்பொழுது  $CD = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  and  $BD = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ .

$$\therefore z_c = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

25

மறுமுறை: II

$$\widehat{A\hat{C}B} = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$$

ஆதலால் இரு கோடுகளும் வெட்டுப்புள்ளி C யானது ஆரை ஒரு அலகையும், மையம் உற்பத்தியிலும் உள்ள வட்டத்தில் இருக்கும்.  $\widehat{AOC} = \frac{2\pi}{2}$  **5**

$$A\hat{O}C = \frac{2\pi}{3}$$

ஆகவே C யை வகைகுறிக்கும் சிக்கல் எண் ஆனது

$$Z_c = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

15

மறுமுறை: III

AC இனதும் BC இனதும் சமன்பாடுகள் முறையே  $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}(x-1)$ ,  $y = \sqrt{3}(x+1)$  ஆகும். (5)

இரண்டையும் தீர்ப்பதால்  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$  எனப் பெறப்படும் (5)

$$\therefore z_c = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i. \quad (5)$$

15

### 3 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாவதோடு 78% இனர் மட்டுமே விடை எழுத முயற்சித்திருந்தனர். சிக்கல் எண்களின் முக்கிய விபரங்கள் தரப்படும் போது ஆகன் வரிப்படத்தின் உறுப்புகளைக் குறிப்பதனால் பொதுப் புள்ளியின் சிக்கலெண்ணைப் பெற்றுக்கொள்வது இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பாக்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 20% ஆகும்.

சிக்கலெண்கள் மற்றும் அவற்றின் கேத்திர கணித தன்மையை சரியாக அறிந்து கொள்ளாமையினால் மற்றும் அந்த கேத்திர கணித அமைப்பை சரியாக குறிப்பிடாமையினால் சரியான விடைக்கு அண்மிக்க முடியாதிருந்தது.

சிக்கல் எண் ஒன்றின் கேத்திரகணித வகைக்குறிப்பை சரியாக வரைவிலக்கணப்படுத்துவதற்கு முன்னிற்கக் கூடியவாறான பயிற்சிகளின் தொடர்ந்து ஈடுபடுவதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும். இவ்வாறு தரப்பட்ட சமன்பாடுகளில் உறுப்புகள் அரை நேர்கோடாகும் என கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும். பிரச்சினைகளைத் தீர்க்கும்போது கேத்திர கணித உறுப்பு வடிவங்கள் மற்றும் கோணங்கள் விசேட சந்தர்ப்பமாகும்போது அதற்கேற்ப தொடர்ந்து தீர்வைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியும் என விளங்கிக் கொள்ள முடியும்.

வினா இலக்கம் 4

4.  $n \in \mathbb{Z}^+$  எனக் கொள்வோம்.  $\left(2 + \frac{3}{x}\right)(1+x)^n$  இன் விரியில்  $x^{n-2}$  இன் குணகம் 120 ஆகும்.  $n$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\left(2 + \frac{3}{x}\right)(1+x)^n = \left(2 + \frac{3}{x}\right) \sum_{r=0}^n {}^nC_r x^r \quad (5)$$

$x^{n-2}$  இன் குணகமானது 120 ஆகும். எனவே

$$2 {}^nC_{n-2} + 3 {}^nC_{n-1} = 120 \quad (5)$$

$$(5)$$

$$\Leftrightarrow 2 \frac{n!}{(n-2)! 2!} + 3 \frac{n!}{(n-1)! 1!} = 120$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) + 3n = 120 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow n^2 + 2n - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow (n+12)(n-10) = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 10 \quad (\because n \in \mathbb{Z}^+) \quad (5)$$

25

4 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுத உற்சாகம் காட்டியோர் 82% இனர் மட்டுமேயாகும். ஈருறுப்பு விரிவிலே தரப்பட்ட உறுப்பினது குணகத்தப் பெற்றுக் கொள்வது தொடர்பான அறிவு இந்த வினாவில் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 22% மட்டுமேயாகும்.

இங்கு பொதுவான உறுப்பை சரியாக எழுதாத காரணத்தினால் விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது.

ஈருறுப்பு விரிவின் பொதுவான உறுப்பை பல்வேறு முறைகளின் மூலம் கட்டியெழுப்புவதற்கு முடியுமானவாறான பயிற்சிகளில் தொடர்ந்து ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 5

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 2x}{x(1 - \sqrt{1+x})} = -8$  எனக் காட்டுக.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 2x}{x(1 - \sqrt{1+x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 2x}{x(1 - \sqrt{1+x})} \times \frac{(1 + \sqrt{1+x})}{(1 + \sqrt{1+x})}$$

5

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x (1 + \sqrt{1+x})}{\cos^2 2x (-x^2)}$$

5

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{2x} \right)^2 \left( \frac{-4}{\cos^2 2x} \right) (1 + \sqrt{1+x})$$

5

$$= 1^2 \times \left( \frac{-4}{1} \right) \times 2$$

5

5

$$= -8$$

25

5 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

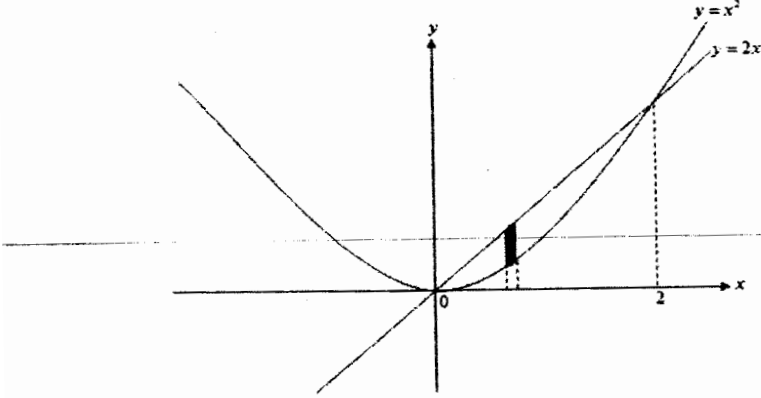
இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்தோர் 91%இனர் மட்டுமேயாகும். சார்பொன்றின் எல்லை தொடர்பான அறிவைப் பரிசீலிப்பது இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 45% ஆகும்.

தரப்பட்ட சார்பின் எல்லையைக் காணக்கூடியவாறு தயார் செய்துகொள்வதற்கு இலகுவற்றதானமையினால் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளுக்கு சரியாக விடையைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியாது இருந்தது.

பல்வேறு சார்புகளின் எல்லைகளைக் காண்பதற்கு பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 6

6. நேர்கோடு  $y = 2x$  இனாலும் வளைவி  $y = x^2$  இனாலும் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



இரு வரைபுகளும் இடைவெட்டும் புள்ளிகளில்  $x^2 = 2x$ .  $\therefore x = 0$  அல்லது  $x = 2$ .

5

உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவு  $= \int_0^2 (2x - x^2) dx$  10

$$= \left[ x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^2$$

5

$$= 4 - \frac{8}{3}$$

$$= \frac{4}{3}$$

சதுரஅலகுகள்.

5

25

மறுமுறை: II

இரு வரைபுகளும் இடைவெட்டும் புள்ளிகளில்  $x^2 = 2x$ .  $\therefore x = 0$  அல்லது  $x = 2$ .

$$\text{வேண்டியபரப்பு} = \int_0^2 (2x - x^2) dx$$

5

$$= \text{பரப்பு } \triangle OAB - \int_0^2 x^2 dx$$

10

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^2$$

5

$$= 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$

சதுரஅலகுகள்

5

25

6 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாயமான வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுதுவதற்கு 84% இனர் மட்டுமே முயற்சி செய்துள்ளனர். வரையறுத்த தொகையீட்டைப் பயன்படுத்தி தரப்பட்ட வளைவியினதும் நேர்கோட்டுக்கு இடையில் உள்ளடைக்கப்படும் பரப்பளவைக் காண்பது இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 26% ஆகும்.

தரப்பட்டுள்ள நியம வரைபு தொடர்பான சரியான விளக்கம் இல்லாமையினாலும் அவற்றின் இடைவெட்டும் புள்ளிகளினது ஆள்கூறைக் காண்பதற்கு முடியாமையினாலும் திருப்திகரமான விடையை அண்மிக்க முடியாது போனது.

ஆரம்ப எண்ணக்கருக்களைப் பயன்படுத்தி நியம வளைவிகளினது வரையை வரைவதற்கும் அவற்றின் இடைவெட்டு புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்பதற்கும் பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்து கொள்ள முடியும்.

வினா இலக்கம் 7

7.  $x = e^t + e^{-t}$ ,  $y = e^t - e^{-t}$  இனால் தரப்படும் வளையி C எனக் கொள்வோம்; இங்கு  $t$  ஒரு மெய்யப் பரமானம்.  $\frac{dy}{dx}$  ஐ  $t$  யின் சார்பிற் கண்டு,  $t = \ln 2$  ஐ ஒத்து C மீது உள்ள புள்ளியில் தொடரிக் கோட்டின் சமன்பாடு  $5x - 3y - 8 = 0$  எனக் காட்டுக.

$$\left. \begin{aligned} x &= e^t + e^{-t} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = e^t - e^{-t} \\ y &= e^t - e^{-t} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = e^t + e^{-t} \end{aligned} \right\} \textcircled{5}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e^t + e^{-t}}{e^t - e^{-t}} \textcircled{5}$$

$t = \ln 2$  வகைகுறிக்கும் புள்ளி C என்க.

$$C \equiv \left(2 + \frac{1}{2}, 2 - \frac{1}{2}\right) \textcircled{5}$$

$$\therefore C \equiv \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)} = \frac{5/2}{3/2} = \frac{5}{3} \textcircled{5}$$

தேவையான நேர் கோட்டின் சமன்பாடு  $y - \frac{3}{2} = \frac{5}{3} \left(x - \frac{5}{2}\right) \textcircled{5}$

அதாவது  $5x - 3y - 8 = 0$ .

25

7 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுதுவதற்கு 88% மானோர் மட்டுமே முயற்சித்துள்ளனர். வளையியின் சமன்பாட்டு பரமான வடிவில் தரப்படும்போது அந்த வளையியின் மீது அமைந்துள்ள புள்ளியில் வரையப்படும் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காணுதல் இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 32% ஆகும்.

தரப்பட்டுள்ள பரமான சார்பை வகையிடுதல் சரியாக இருப்பினும் அடுக்குச் சார்பு மற்றும் மடக்கைச் சார்புகளிடையேயான தொடர்பைச் சரியாக இனங்காணாமையினால் சரியாக விடையைப் பெறுவதற்கு சிரமப்பட்டுள்ளனர்.

அடுக்குச் சார்பு, மடக்கைச் சார்பு உள்ளடக்கப்பட்ட வளையியை வகையிடுவதன் பயன்பாட்டை பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.



வினா இலக்கம் 8

8.  $\lambda \in \mathbb{R}$  எனவும்  $\lambda \neq \pm 1$  எனவும் கொள்வோம். ஆள்கூற்று அச்சுகளினாலும் நேர்கோடு  $(1 + \lambda)x - 2(1 - \lambda)y - 2(1 - \lambda) = 0$  இனாலும் உள்ளடைக்கப்பட்ட பிரதேசத்தின் பரப்பளவு 4 சதுர அலகுகளாகும்.  $\lambda$  வின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

AB இன் சமன்பாடு  $(1 + \lambda)x - 2(1 - \lambda)y - 2(1 - \lambda) = 0$

$y = 0$  ஆகும் போது  $x = \frac{2(1-\lambda)}{1+\lambda}$ ,  $x = 0$  ஆகும் போது  $y = -1$

$$\Delta OAB \text{ இன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \times 1 \times \left| \frac{2(1-\lambda)}{1+\lambda} \right| = 4 \quad (5)$$

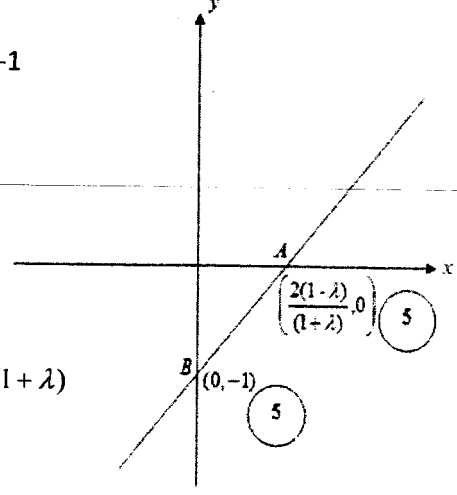
$$\Leftrightarrow \left| \frac{(1-\lambda)}{1+\lambda} \right| = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-\lambda)}{(1+\lambda)} = \pm 4 \Leftrightarrow 1-\lambda = 4(1+\lambda) \text{ அல்லது } 1-\lambda = -4(1+\lambda)$$

$$\Leftrightarrow \lambda = -\frac{3}{5} \text{ அல்லது } \lambda = -\frac{5}{3}$$

(5)

(5)



25

8 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் 74% இனர் மட்டுமே விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்துள்ளனர். ஆள்கூற்று அச்சு மற்றும் தரப்பட்டுள்ள நேர்கோட்டின் மூலம் உள்ளடைக்கப்பட்ட பிரதேசத்தினது பரப்பளவைக் காணுதல் இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 18% ஆகும்.

தரப்பட்டுள்ள நேர்கோடு மற்றும் ஆள்கூற்று அச்சுடன் சந்திக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூற சரியான முறையில் கண்டிருப்பினும்  $\lambda$  இனது பெறுமானத்திற்கேற்ப புள்ளி A இனது x ஆள்கூறு '+' அல்லது '-' ஆக இருக்க முடியுமாதலால் பரப்பளவிற்கான மட்டு புள்ளியை பயன்படுத்தாமையினால் புள்ளி கிடைக்காததைக் காண முடிந்தது.

முக்கோணியினது பரப்பளவு நேர்கோணத்தை எடுக்க முடியும். இந்தத் தீர்வின் படி பரப்பளவை எழுதும்போது சரியாக “ $1/2 \times$  அடிப்பக்கம்  $\times$  செங்குத்துயரம்” என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தும்போது அடியின் நீளம் மற்றும் செங்குத்து உயரத்திற்கான நேர் கூற்று உள்ளடைக்கப்பட வேண்டும் என்பதனால் பரப்பளவிற்காக கூற்றை எழுதும்போது மட்டுப் புள்ளியை பயன்படுத்துவதற்கு மாணவர்களை பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.

9. புள்ளி  $(0, 3)$  இல்  $y$ -அச்சைத் தொடுவதும் வட்டம்  $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$  ஐ நிமிர்கோணமுறையாக இடைவெட்டுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

வேண்டிய வட்டத்தின் சமன்பாடானது

$$(x - \lambda)^2 + (y - 3)^2 = \lambda^2.$$

10

அதாவது  $x^2 + y^2 - 2\lambda x - 6y + 9 = 0$ .

இவ்வட்டமானது  $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$  எனும் வட்டத்தை நிமிர் கோணத்தில் வெட்டுவதால்

$$2(-4)(-\lambda) + 2(2)(-3) = -5 + 9$$

5

$$\Leftrightarrow 8\lambda - 12 = 4$$

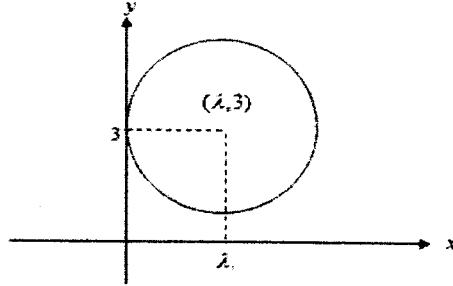
$$\Leftrightarrow \lambda = 2$$

5

ஆகவே வேண்டிய வட்டத்தின் சமன்பாடு  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$

5

25



9 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் 86% இனர் மட்டுமே விடை எழுத முயற்சித்து இருந்தனர். தரப்பட்ட நேர்கோடு மற்றும் வட்டத்தினை தொகுப்பதற்கு மற்றும் இரு வட்டத்தினது நிமிர் கோணத்தில் இடைவெட்டுவதற்கான தேவைப்பாடுகளை பயன்படுத்துவதன் தேவை வட்டத்தினது சமன்பாட்டை பெற்றுக் கொள்ளல் இவ்வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 18% ஆகும்.

நேர்கோடு மற்றும் வட்டம் ஆகியன தொடுவதற்கு இருக்க வேண்டிய தேவைப்பாடு மற்றும் நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுவது தொடர்பான அறிவு சரியான முறையில் பயன்படுத்தாமையினால் சரியான விடையை அண்மிக்க முடியாதிருந்தது. அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் தேவையான வட்டத்தின் சமன்பாடு  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  என எடுத்து பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு முயற்சித்து தீர்க்கும் செயன்முறையைச் சிக்கலாக்கி இருந்தனர்.

இவ்வகையான பிரசினத்தை தீர்க்கும் போது பல்வேறு செயன்முறைகளில் பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு பரீட்சார்த்திகளைப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.

10.  $\tan \alpha = -1$  எனவும்  $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$  எனவும் கொள்வோம்; இங்கு  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  யும்  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$  யும் ஆகும்.  $\cos(\alpha + \beta)$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5

$$\tan \alpha = -1 \text{ உம் } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \alpha = \frac{7\pi}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ உம் } \sin \alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ உம் } \frac{\pi}{2} < \beta < \pi \Rightarrow \cos \beta = -\sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{-2}{\sqrt{5}} . \quad (10)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{-2}{\sqrt{5}} \right) - \left( \frac{-1}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \right) \quad (5)$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{10}} \quad (5)$$

25

10 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுதுவதற்கு 89% இனர் மட்டுமே முயற்சித்து இருந்தனர். வட்ட அடிகளின் கோணங்களின் திரிகோண கணித விகிதங்களின் நடத்தை தொடர்பானவை இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 24% ஆகும்.

அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் கோணங்களுக்குரிய வட்டத்தின் பக்கங்களைக் கருதாது வெளி கூர்ங்கோணத்திற்காக திரிகோண கணித விகிதத்தை கருதியமையினால் சரியான விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தனர்.

இதற்கேற்ப கோணம் அமைந்த வட்டத்தின் பக்கத்தைக் கருதி பல்வேறு பிரசினங்களை தீர்ப்பதற்கு பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.

## 10 - இணைந்த கணிதம் I - பகுதி B

வினா இலக்கம் 11

11. (a)  $a \in \mathbb{R}$  எனவும்  $f(x) = 3x^3 + 5x^2 + ax - 1$  எனவும் கொள்வோம்.  $(3x - 1)$  ஆனது  $f(x)$  இன் ஒரு காரணியெனத் தரப்பட்டுள்ளது.  $a$  யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.  
 $f(x)$  ஐ வடிவம்  $(3x - 1)(x + k)^2$  இல் எடுத்துக்காட்டுக; இங்கு  $k$  ஒரு மாறிலி.  
 மேற்குறித்த கோவையில்  $3x - 1$  ஐ  $b, c$  ஆகியன மாற்றிகளாக இருக்கும் வடிவம்  $b(x + 1) + c$  யில் எழுதி  $f(x)$  ஆனது  $(x + 1)^3$  இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதியைக் காண்க.
- (b)  $a, b, c \in \mathbb{R}$  எனவும்  $ac \neq 0$  எனவும் கொள்வோம். பூச்சியமடங்கு சமன்பாடு  $ax^2 + bx + c = 0$  இன் ஒரு மூலமன்று எனக் காட்டுக.  
 $\alpha, \beta$  ஆகியன இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனவும்  $\lambda = \frac{\alpha}{\beta}$  எனவும் கொள்வோம்.  $ac(\lambda + 1)^2 = b^2\lambda$  எனக் காட்டுக.  
 $p, q, r \in \mathbb{R}$  எனவும்  $pr \neq 0$  எனவும் கொள்வோம். அத்துடன்  $\gamma, \delta$  ஆகியன சமன்பாடு  $px^2 + qx + r = 0$  இன் மூலங்கள் எனவும்  $\mu = \frac{\gamma}{\delta}$  எனவும் கொள்வோம்.  $acq^2 = prb^2$  ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாதிரி  $\lambda = \mu$  அல்லது  $\lambda = \frac{1}{\mu}$  ஆக இருக்குமெனக் காட்டுக.  
 சமன்பாடுகள்  $kx^2 - 3x + 2 = 0$  இனதும்  $8x^2 + 6kx + 1 = 0$  இனதும் மூலங்கள் ஒரே விகிதத்தில் இருக்கின்றனவெனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு  $k \in \mathbb{R}$  ஆகும்.  $k$  யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(a)  $f(x) = 3x^3 + 5x^2 + ax - 1$

$(3x - 1)$  ஆனது  $f(x)$  இன் ஒரு காரணியாதலால் மீதித் தேற்றப்படி,  $f\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ .

ஆனால்  $f\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \times \frac{1}{27} + 5 \times \frac{1}{9} + a \times \frac{1}{3} - 1$  (10)

$\Rightarrow 1 + 5 + 3a - 9 = 0$

$\therefore a = 1$ . (5)

25

$f(x) = 3x^3 + 5x^2 + x - 1$

$= (3x - 1)(x^2 + 2x + 1)$  (10)

$= (3x - 1)(x + 1)^2$ . (5)

$f(x)$  ஆனது  $k = 1$  ஆக வேண்டிய வடிவில் தரப்படும். (5)

20

$3x - 1 = 3(x + 1) - 4$  (5)

$\therefore f(x) = [3(x + 1) - 4](x + 1)^2$   $b = 3, c = -4$  ஆக வேண்டிய வடிவில் தரப்படும்.

$= 3(x + 1)^3 - 4(x + 1)^2$ . (5)

எனவே தேவையான மீதி  $= -4(x + 1)^2$  (5)

15

(b)  $ax^2 + bx + c = 0$  இன் மூலம் 0 என்க,

$x = 0$  ஐ இச்சமன்பாட்டில் பிரதியிடும் போது  $c = 0$  பெறப்படும்.

$\therefore ac = 0$  ஆகும்.

ஆனால் தரவின்படி  $ac \neq 0$  இதுதரவிற்கு எதிர்மறையாகும்.

$\therefore 0$  ஆனது  $ax^2 + bx + c = 0$  இன் ஒரு மூலமன்று

10

இச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\alpha$  உம்  $\beta$  உம் பூச்சியமன்று.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a}$$

தற்போது  $\lambda = \frac{\alpha}{\beta}$ ,

$$ac(\lambda + 1)^2 = ac\left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right)^2 = ac \frac{(\alpha + \beta)^2}{\beta^2} = \frac{ac}{\beta^2} \times \frac{b^2}{a^2} = \frac{b^2 c}{\alpha \beta^2} = b^2 \frac{\alpha}{\beta} = b^2 \lambda$$

அல்லது

$$\left[ \frac{(\lambda + 1)^2}{\lambda} = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right)^2}{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} = \frac{b^2}{a^2} = \frac{b^2}{\frac{c}{a}} = \frac{b^2}{ac} \therefore ac(\lambda + 1)^2 = b^2 \lambda \right]$$

45

இதேபோல  $\gamma \neq 0$ ,  $\delta \neq 0$ ,  $pr(\mu + 1)^2 = \mu q^2$ .

தற்போது

$$\therefore \frac{ac(\lambda + 1)^2}{pr(\mu + 1)^2} = \frac{b^2 \lambda}{q^2 \mu}$$

$$\Rightarrow acq^2 \mu (\lambda + 1)^2 = prb^2 \lambda (\mu + 1).$$

$$\therefore acq^2 = prb^2 \Leftrightarrow \mu(\lambda + 1)^2 = \lambda(\mu + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 \mu + 2\lambda \mu + \mu = \lambda \mu^2 + 2\lambda \mu + \lambda$$

$$\Leftrightarrow \lambda \mu (\lambda - \mu) - (\lambda - \mu) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\lambda - \mu)(\lambda \mu - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \mu \text{ or } \lambda = \frac{1}{\mu}.$$

மூலங்களின் விகிதங்கள் சமனாகும்  $\Leftrightarrow \lambda = \mu$  அல்லது  $\lambda = \frac{1}{\mu}$ .

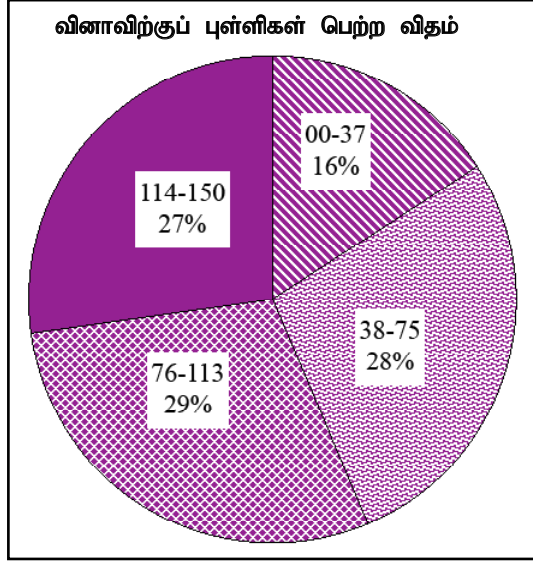
$$\therefore acq^2 = prb^2.$$

$$\Rightarrow 2k(6k)^2 = 8 \times 9 \Rightarrow k^3 = 1.$$

$$\therefore k = 1$$

10

11 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 98% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 67% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

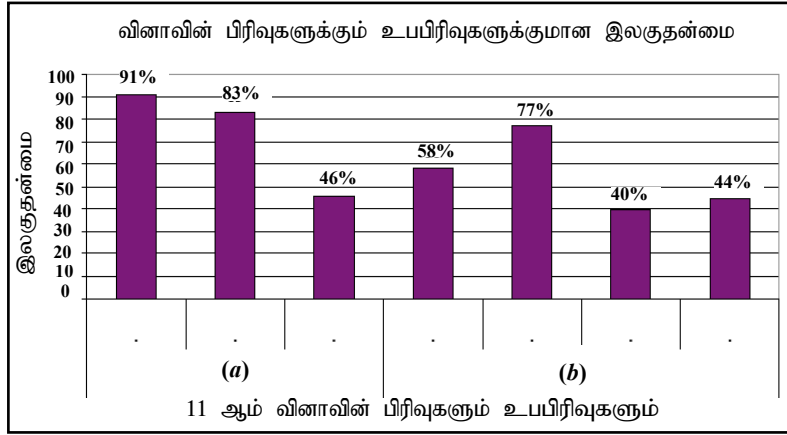
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 16% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 28% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 29% இனரும்

114 - 150 என்ற ஆயிடையில் 27% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இதில் 7 உபபிரிவுகள் உள்ளதோடு சகல உபபிரிவுகளுக்கும் இலகுதன்மை 40% இனைத் தாண்டியுள்ளது. அவற்றுள் நான்கு பகுதிக்கு மட்டும் இலகுதன்மை 50% இனை விட அதிகரித்துள்ளது. பகுதி (a) இன் முதலாம் உபபிரிவு அதி கூடிய இலகுதன்மையாக 91% ஆக இருந்ததுடன் (b) இன் கீழுள்ள மூன்றாம் உபபிரிவு மிகக் குறைந்த இலகுதன்மையான 40% பெறப்பட்டுள்ளது.

இந்த வினாவிற்கு விடை எழுதுவது தொடர்பாக கவனத்திற் கொண்டு பார்க்கும்போது தெளிவாகத் தெரியும் பண்பொன்றாக அமைவது வினாத்தாள் I இன் வினாக்களிடையே அதிக எண்ணிக்கையிலான சதவீதமான பரீட்சார்த்திகள் அதாவது 98%ஆனோர் விடை எழுதுவதற்காகத் தெரிவு செய்த வினா இதுவாகும். அதாவது விடைத்தாளின் விடைகளிடையே மிகவும் அதிகமாக இலகுவான வினா இதுவாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 67% ஆகும். இந்த வினாவின் (a) பகுதியானது பல்லுறுப்பு மற்றும் காரணித் தேற்றத்தின் கீழ் வருவதுடன் பகுதி (b) ஆனது இருபடிச் சமன்பாட்டின் கீழ் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளது.

பகுதி (a) இனது இலகுதன்மை 77% ஆவதுடன் அதில் 3 உபகுதிகள் உள்ளன. அதில் அதிகமான பரீட்சார்த்திகள் முதல் இருபகுதிகளுக்கும் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருப்பினும் மூன்றாவது பகுதிக்கு பின்னடைவைக் காண முடிந்துள்ளது. மூன்றாவது உபபகுதியிலே  $3x - 1$  என்பதை  $b(x + 1) + c$  ஆகுமாறு  $b, c$  என்ற மாறிலிகளைச் சரியாக காட்டாதமையினால் அதற்குக் காரணமாக காண முடிந்தது.

(b) பகுதியானது இலகுதன்மை 61% ஆக அமைவதுடன் அது நான்கு உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளன. இதன் முதல் உபபகுதிக்காக அவ்வளவு திருப்திகரமான விடை பரீட்சார்த்திகளிடமிருந்து கிடைக்கப் பெறாது இருந்ததோடு இதற்குக் காரணமாக அமைவது காரணித் தேற்றத்தின் மறுதலையைச் சரியாக பயன்படுத்தாமையாகும். இரண்டாவது உபபகுதிக்கு அதிகளவான பரீட்சார்த்திகள் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். “ஆக இருந்ததால் மட்டும்” தொடர்பான தெளிவு இல்லாமையினால் மூன்றாம் பகுதியின் புள்ளிகள் குறைவடைந்து இருந்தது. மூன்றாவது உபபகுதியில் தரப்பட்ட பெறுபேறுகளைப் பாவிக்காமையினால் இறுதிப்பகுதியின் விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது.

பரீட்சார்த்திகளுள் அடிப்படை அட்சரகணித எண்ணக்கரு விருத்தியடையுமாறு அவற்றைப் பயன்படுத்துவதற்கு ஈடுபடுத்துவதனால் தரப்பட்ட அறிவுறுத்தல்களை வாசித்து வினாவை சரியாக விளங்கிக் கொள்ளக் கூடியவாறு அவர்களுக்கு எளிய பயிற்சிகளை தொடர்ந்து வழங்கல் மிகவும் பயன் உள்ளதாகும்.

12. (a) ஓர் இலாபநீர் விளையாட்டுகள் மாதாட்டில் ஆறு பாடசாலைகள் பங்குபற்றுகின்றன. ஒவ்வொரு பாடசாலையும் ஒரு கிரிக்கெற்று விளையாட்டு வீரர், ஒரு சொக்கர் விளையாட்டு வீரர், ஒரு ஹோக்கி விளையாட்டு வீரர் ஆகியோரைக் கொண்ட 3 விளையாட்டு வீரர்களினால் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்படுகின்றது. இவ்விளையாட்டு வீரர்களிலிருந்து 6 உறுப்பினர்களைக் கொண்ட ஒரு குழுவைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டியுள்ளது.
- (i) ஒவ்வொரு விளையாட்டிலிருந்தும் இரு விளையாட்டு வீரர்கள் வீதம் அடங்க வேண்டுமெனின்,  
(ii) எல்லா ஆறு பாடசாலைகளையும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தக்கூடிய ஒவ்வொரு விளையாட்டிலிருந்தும் இரு விளையாட்டு வீரர்கள் வீதம் அடங்க வேண்டுமெனின்,  
(iii) இரு பாடசாலைகளில் ஒவ்வொரு பாடசாலையிலிருந்தும் இரு விளையாட்டு வீரர்களும் எஞ்சியிருக்கும் பாடசாலைகளில் இரண்டில் ஒவ்வொரு பாடசாலையிலிருந்தும் ஒரு விளையாட்டு வீரரும் அடங்க வேண்டுமெனின்,
- இக்குழு ஆக்கப்படத்தக்க வெவ்வேறு வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (b)  $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $U_r = \frac{r^2 - r - 5}{r(r+1)(r+4)(r+5)}$  எனக் கொள்வோம்.
- $n = 0, 1, 2, 3$  இற்கு  $r^n$  இன் குணகங்களை ஒப்பிடுவதன் மூலம்  $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $r^2 - r - 5 = A(r^2 - 1)(r+5) - Br^2(r+4)$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக  $A, B$  என்னும் மாறிலிகள் உளதாக இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.
- $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $U_r = f(r) - f(r+1)$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக  $f(r)$  ஐக் காண்க.
- $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $\sum_{r=1}^n U_r = -\frac{n}{(n+1)(n+5)}$  எனக் காட்டுக.
- மேலும் முடிவில் தொடர்  $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
- இதிலிருந்து  $\sum_{r=3}^{\infty} 3U_r$  ஐக் காண்க.

(a)

(i) எனவே வேண்டிய வழிகளின் எண்ணிக்கை  $= {}^6C_2 \times {}^6C_2 \times {}^6C_2 = (15)^3 = 3375$ .

5

10

5

20

(ii) வேண்டிய வழிகளின் எண்ணிக்கை  $= {}^9C_2 \times {}^4C_2 \times {}^2C_2 = 90$

5

10

15

(iii) இரு பாடசாலைகளில் ஒவ்வொரு பாடசாலையிலிருந்தும் 2 வீரர்களைத்

தெரிவுசெய்வதற்கான வழிவகைகளின் எண்ணிக்கை  $= {}^6C_2 \times {}^3C_2 \times {}^3C_2$

10

எஞ்சிய பாடசாலைகளில் இரண்டில் ஒவ்வொரு பாடசாலையிலிருந்தும்

ஒருவீரரைத் தெரிவுசெய்யும் வழிகளின் எண்ணிக்கை  $= {}^4C_2 \times {}^3C_1 \times {}^3C_1$

10

ஆகவே வேண்டிய வழிகளின் எண்ணிக்கை  $= {}^6C_2 \times {}^3C_2 \times {}^3C_2 \times {}^4C_2 \times {}^3C_1 \times {}^3C_1 = 7290$

5

5

30

$$(b) U_r = \frac{r^2 - r - 5}{r(r+1)(r+4)(r+5)}$$

$$r^2 - r - 5 = A(r^2 - 1)(r+5) - Br^2(r+4)$$

$$= (A - B)r^3 + (5A - 4B)r^2 - Ar - 5A \quad (5)$$

குணகங்களை சமன் செய்யின்

$$r^3: \quad 0 = A - B \text{ ----- } (1)$$

$$r^2: \quad 1 = 5A - 4B \text{ ----- } (2)$$

$$r^1: \quad -1 = -A \text{ ----- } (3)$$

$$r^0: \quad -5 = -5A \text{ ----- } (4)$$

(1) & (3)  $\Rightarrow A = 1$  உம்  $B = 1$  உம் ஆகும்.

(2) உம் (4) உம் இப் பெறுமானங்களைத் திருப்தி செய்கின்றன.

மாறிலிகள் A யும் B யும் தரப்பட்ட நிபந்தனையைத் திருப்தி செய்வதால் A யினதும்

B யினதும் பெறுமானங்கள்  $A = 1$  உம்  $B = 1$  உம் ஆகும்.

(5)

(5)

25

$r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு

$$U_r = \frac{r^2 - r - 5}{r(r+1)(r+4)(r+5)} = \frac{(r^2 - 1)(r+5) - r^2(r+4)}{r(r+1)(r+4)(r+5)} \quad (5)$$

$$\therefore U_r = \frac{r-1}{r(r+4)} - \frac{r}{(r+1)(r+5)} \quad (5)$$

$$= f(r) - f(r+1), \quad (5)$$

$$\text{இங்கு } f(r) = \frac{r-1}{r(r+4)} \quad (5)$$

20

$$r=1: \quad U_1 = f(1) - f(2)$$

$$r=2: \quad U_2 = f(2) - f(3)$$

$$r=n-1: \quad U_{n-1} = f(n-1) - f(n)$$

$$r=n: \quad U_n = f(n) - f(n+1)$$

$$\Sigma_{r=1}^n U_r = f(1) - f(n+1) \quad (5)$$

$$= \frac{-n}{(n+1)(n+5)} \quad (5)$$

20



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n}{(n+1)(n+5)} = 0$$

5

எனவே  $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  ஆனது ஒருங்கும், அத்துடன் இதன் பெறுமானம் 0 உம் ஆகும்.

5

10

$$\sum_{r=3}^{\infty} 3U_r = 3 \left[ \sum_{r=1}^{\infty} U_r - U_1 - U_2 \right]$$

5

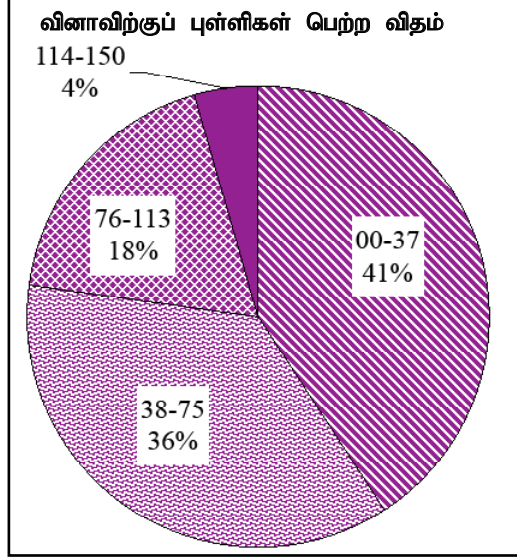
$$= 3\{0 - f(1) + f(3)\}$$

$$= 3 \times \frac{2}{3 \times 7} = \frac{2}{7}$$

5

10

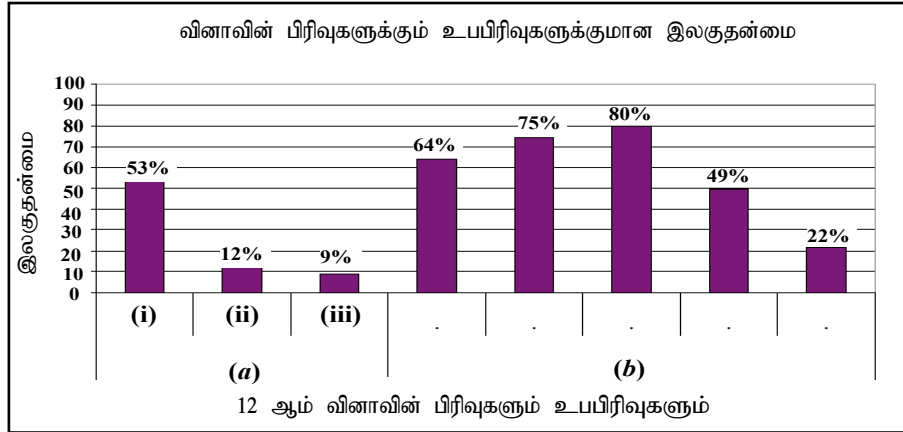
12 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 84% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 46% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 41% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 36% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 18% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 4% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு 8 உபபிரிவுகள் உள்ளதோடு பகுதி (b) இன் கீழுள்ள மூன்றாம் உபபிரிவு அதி கூடிய இலகுதன்மையாக 80% ஆக இருந்ததுடன் (a) இன் கீழுள்ள மூன்றாம் உபபிரிவு மிகக் குறைந்த இலகுதன்மையான 9% பெறப்பட்டுள்ளது.

இந்த வினாவினை 84% ஆன பரீட்சார்த்திகள் தெரிவு செய்துள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 46% ஆகும். இங்கு (a) மற்றும் (b) என்ற இரு பிரதான பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (a) இன் கீழே சேர்மானம் என்ற தலைப்பின் கீழேயும் பகுதி (b) யில் விருத்திகளின் அலகுகள் மீதும் சார்ந்துள்ளன. பகுதி (a) யை விட அதிகமான இலகுதன்மை பகுதி (b) இற்கு பெற்றுக்கொள்ளப்பட்டுள்ளதாக மேற்படி வரைபின் மூலம் உறுதி செய்யப்படுகிறது, பகுதி (b) யிற்கு அதிகளவிலான புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு பரீட்சார்த்திகள் முயன்றுள்ளதாக இந்தத் தகவலின் மூலம் உறுதி செய்யப்படுகிறது. பகுதி (a) மற்றும் (b) யின் இலகுதன்மைகள் முறையே 23% உம் 64% உம் ஆகும்.

(a)(i) இனது இலகுதன்மை 53% ஆகும். அளிக்கப்பட்டிருந்த விடைகள் போதியளவு திருப்திகரமாக இருப்பினும் சுருக்குவதன் மூலம் இறுதி விடையை அண்மிக்க அதிகளவினான பரீட்சார்த்திகளினால் கைவிடப்பட்டிருந்தமையினால் முழுப் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளவரின் எண்ணிக்கை குறைவானது என்பதைக் காண முடிகிறது. (ii) மற்றும் (iii) ஆம் பிரிவுகளை சரியாக விளங்கிக் கொள்ளாமையினால் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளுக்கு சரியான விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது.

இந்த (b) என்ற பகுதியானது ஐந்து உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பொதுவாக இந்த உபபகுதியினது இலகுதன்மை உயர் பெறுமானத்தை எடுத்துள்ளது. எனினும் இதன் முதலாவது உபபகுதியினை சரியாக வாசித்து விளங்கிக் கொள்ளாமையினால் அதற்குரிய புள்ளிகள் கிடைக்காது போனது. எஞ்சிய உபபகுதிகளுக்காக அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் சரியான விடையை அளித்திருப்பினும் வினாவை சரியாக விளங்கிக் கொள்ளாத காரணத்தினால் சில பரீட்சார்த்திகளுக்கு உரிய புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது இருந்தது. அதற்கேற்ப இறுதிப் பகுதியின் இலகுதன்மை 22% மான மிகக் குறைவான பெறுமானத்தில் காணப்பட்டது.

(a) பகுதிக்காக பரீட்சார்த்திகளை சேர்மானத்தினை அடிப்படையாகக் கொண்ட அடிப்படை எண்ணக்கருவை விருத்தி செய்வதற்காக எளிய பயிற்சிகளில் ஈடுபடுவதற்கு ஈடுபடுத்த வேண்டும்.

பகுதி (b) இலே முடிவிலி முறையைப் பயன்படுத்தும் போது  $f(r)$  இனைக் காணும் போது குணகங்களினை ஒப்பிட்டுக் காண்பதற்கும் முடிவிலி முறையிலே தரப்பட்ட தொடலியின் ஆரம்ப உறுப்புகள் சிலவற்றை பெறாமையினால் அவ்வகையான பிரச்சினைகளை தீர்ப்பதற்கு பரீட்சார்த்திகளை ஈடுபடுத்த வேண்டும்.

வினா இலக்கம் 13

13.(a)  $a, b \in \mathbb{R}$  எனவும்  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  எனவும்  $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  எனவும் கொள்ளோம்.  $A^T A = B$  ஆக

இருக்கத்தக்கதாக  $a, b$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க; இங்கு  $A^T$  ஆனது தாயம்  $A$  யின் நிலைமாற்றைக் குறிக்கின்றது.

$C = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$  எனவும்  $X = \begin{pmatrix} u \\ u+1 \end{pmatrix}$  எனவும் கொள்ளோம்; இங்கு  $u \in \mathbb{R}$  ஆகும். அத்துடன்  $CX = \lambda BX$

எனவும் கொள்ளோம்; இங்கு  $\lambda \in \mathbb{R}$  ஆகும்.  $\lambda$  வின் பெறுமானத்தையும்  $u$  வின் பெறுமானத்தையும் காண்க.

$\lambda$  வின் இப்பெறுமானத்திற்குத் தாயம்  $C - \lambda B$  யைக் கண்டு, அதன் நேர்மாறு உடதாக இருப்பதில்லை எனக் காட்டுக.

(b)  $z \in \mathbb{C}$  எனக் கொள்ளோம்.

(i)  $|1 - z|^2 = 1 - 2\operatorname{Re} z + |z|^2$  எனவும்

(ii)  $z \neq 1$  இற்கு  $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1 - \operatorname{Re} z}{|1-z|^2}$  எனவும் காட்டுக.

$|z| = 1$  ஆகவும்  $z \neq 1$  ஆகவும் இருந்தால், இருந்தால் மட்டும்  $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1}{2}$  ஆகும் என்பதை உய்த்தறிக்க.

$\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $-\frac{\pi}{3} < \operatorname{Arg} z < \frac{\pi}{3}$  என்னும் இரு நிபந்தனைகளையும் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள்

$z$  ஐக் கொண்ட தொடை  $S$  எனக் கொள்ளோம்.  $S$  இல் உள்ள சிக்கலெண்களை வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளை ஓர் ஆகண் எரிட்டிடத்திற் குறிக்க.

$z$  ஆனது  $S$  இலும்  $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = \frac{1}{\sqrt{2}}$  ஆகவும் இருப்பின்,  $z = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$  எனக் காட்டுக.

(a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  எனவே  $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$  (5)

$$A^T A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & a^2 + 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\text{இப்போது } A^T A = B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & a^2 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow 2 = b, \quad a^2 + 1 = 1 \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow 2 = b, \quad a = 0. \quad (5)$$

30

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \text{ உம் } X = \begin{pmatrix} u \\ u+1 \end{pmatrix} \text{ உம் ஆகும். எனவே } CX = \begin{pmatrix} 12u+5 \\ 8u+3 \end{pmatrix} \text{ உம்}$$

$$BX = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ u+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3u+1 \\ 2u+1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{எனவே } CX = \lambda BX \Leftrightarrow 12u+5 = \lambda(3u+1) \text{ உம் } 8u+3 = \lambda(2u+1)$$

$$\therefore \frac{12u+5}{8u+3} = \frac{\lambda(3u+1)}{\lambda(2u+1)}$$

$$\rightarrow 24u^2 + 22u + 5 = 24u^2 + 17u + 3$$

$$\Rightarrow u = -\frac{2}{5}.$$

$$\text{அத்துடன் } -\frac{16}{5} + 3 = \lambda \left( -\frac{4}{5} + 1 \right).$$

$$\therefore \lambda = -1.$$

30

$$\text{இப்போது } C - \lambda B = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{எனவே } \begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 0. \therefore (C - \lambda B) \text{ இன் நேர்மாறு இருக்கமுடியாது.}$$

15

மறுமுறை II

5

$$\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ என்க.}$$

$$\Leftrightarrow 9p + 6r = 1 \dots\dots\dots (i)$$

$$9q + 6s = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

$$6p + 4r = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

$$6q + 4s = 1 \dots\dots\dots (iv)$$

$$(i) \times \frac{2}{3} \Rightarrow 6p + 4r = \frac{2}{3}$$

$$(iii) \Rightarrow 6p + 4r = 0$$

$$\therefore C - \lambda B \text{ இற்கு நேர்மாறு இருப்பதில்லை.}$$

15

(b)

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad |1-z|^2 &= (1-z)(\overline{1-z}) \quad (5) \\ &= (1-z)(1-\bar{z}) \quad (5) \\ &= 1-(z+\bar{z})+z\bar{z} \\ &= 1-2\operatorname{Re} z + |z|^2 \quad (5) \end{aligned}$$

15

$$\text{(ii)} \quad |z| \neq 1 \text{ இற்கு, } \frac{1}{1-z} = \frac{1}{(1-z)} \times \frac{(1-\bar{z})}{(1-\bar{z})} = \frac{1-\bar{z}}{|1-z|^2} \quad (5)$$

$$\therefore \operatorname{Re} \frac{1}{1-z} = \frac{1-\operatorname{Re} \bar{z}}{|1-z|^2} = \frac{1-\operatorname{Re} z}{|1-z|^2}.$$

மறுமுறை: II

(i)  $x, y \in \mathbb{R}$  இற்கு,  $z = x + iy$  என்க.

$$\Rightarrow 1-z = 1-x-iy \quad (5)$$

$$\therefore |1-z|^2 = (1-x)^2 + y^2 \quad (5)$$

$$= 1-2x+x^2+y^2$$

$$= 1-2\operatorname{Re} z + |z|^2 \quad (5)$$

15

$$\text{(ii)} \quad |z| \neq 1 \text{ இற்கு, } \frac{1}{1-z} = \frac{1}{1-x-iy} \times \frac{(1-x)+iy}{(1-x)+iy} = \frac{(1-x)+iy}{(1-x)^2+y^2},$$

$$\therefore \operatorname{Re} \frac{1}{1-z} = \frac{1-x}{(1-x)^2+y^2} = \frac{1-\operatorname{Re} z}{|1-z|^2}$$

20

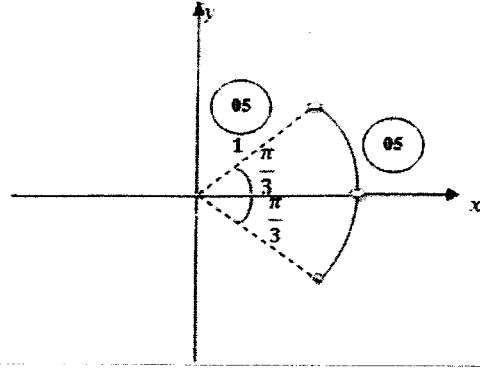
$$\operatorname{Re} \frac{1}{1-z} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1-\operatorname{Re} z}{|1-z|^2} = \frac{1}{2}, \quad z \neq 1$$

$$\Leftrightarrow 2(1-\operatorname{Re} z) = 1-2\operatorname{Re} z + |z|^2 \text{ உம் } z \neq 1. \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow |z|^2 = 1 \text{ உம் } z \neq 1$$

$$\Leftrightarrow |z| = 1 \text{ உம் } z \neq 1 \quad (5)$$

10



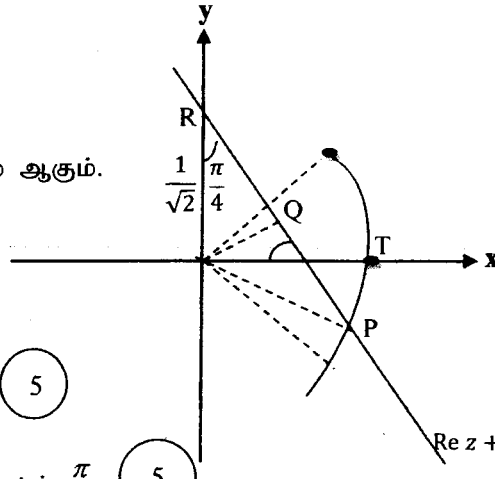
10

$OP = 1$  உம்  $OQ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$  உம் ஆகும்.

எனவே  $\angle QOP = \frac{\pi}{3}$ . (5)

$\therefore \angle TOP = \angle QOP - \angle QOT = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$ . (5)

$\therefore z = \cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}$  (5)



20

முறை: II  $z \in S \Rightarrow z = \cos \theta + i \sin \theta$ ;  $-\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{3}$  (5)

$$\operatorname{Re} z + i \operatorname{Im} z = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos \theta + i \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta = \frac{1}{2}$$

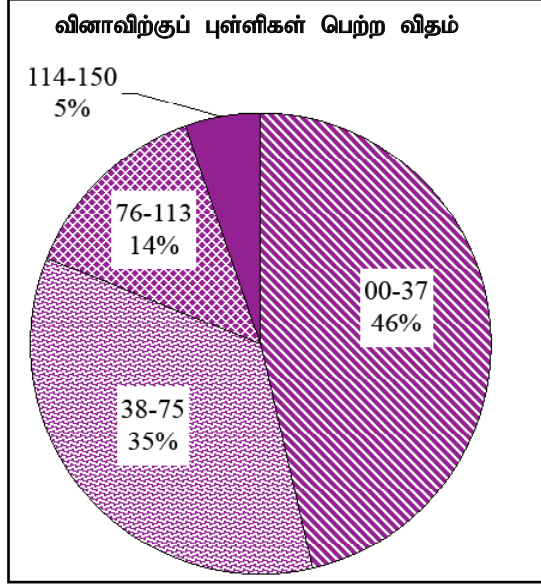
$$\Rightarrow \sin 2\theta = -\frac{1}{2} \quad (5)$$

$$-\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{12} \quad (5)$$

$$\therefore z = \cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}. \quad (5)$$

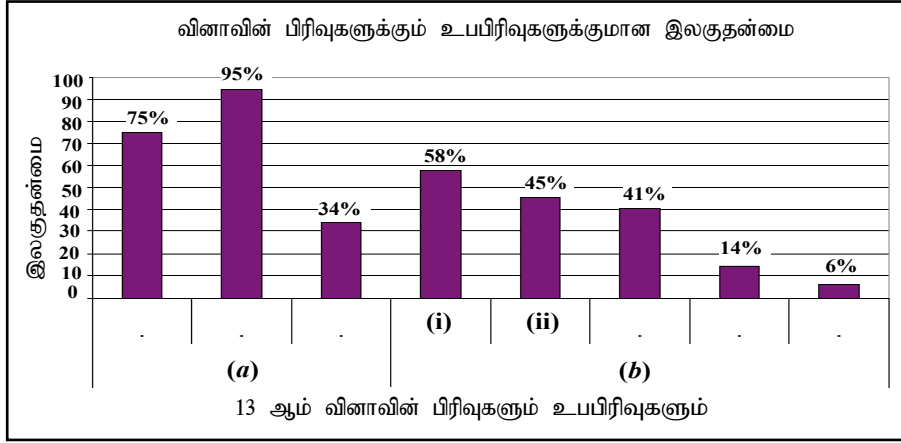
20

13 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 58% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 54% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 46% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 35% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 14% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 5% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு 8 உபபிரிவுகள் உள்ளன. அவற்றுள் பகுதி (a) யின் இரண்டாவது உபபகுதியின் இலகுதன்மை உயர்வாகக் காணப்படுவதுடன் அது 95% ஆகும். பகுதி (b) இன் இறுதி உபபகுதியின் இலகுதன்மை மிகக் குறைவாக இருப்பதுடன் அது 6% ஆகும்.

இந்த வினாவை 58% இனர் தெரிவுசெய்திருப்பதுடன் அதன் இலகுதன்மை 54% ஆகும். இந்த வினாவானது ஒன்றிற்கொன்று வேறுபட்ட இரு பாடப்பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி (a) யானது தாயங்களையும் பகுதி (b) யானது சிக்கலெண்களையும் அடிப்படையாகக் கொண்டவை. பகுதி (a) மற்றும் பகுதி (b) இனது இலகுதன்மைகள் முறையே 75% உம் 33% உம் ஆகும்.

(a) யின் முதலாவது மற்றும் இரண்டாவது உபபகுதிகளின் இலகுதன்மை 75% இனை விட உயர்ந்த மட்டத்தில் காணப்படுகின்றது. அதற்காக அளிக்கப்பட்டுள்ள விடைகள் திருப்திகரமானவை. மூன்றாவது பகுதியிலே  $C - \lambda B$  யின் நேர்மாறு இருக்காது எனக்காட்டுவதற்கு எளிய முறைகள் இருப்பினும் நீண்ட முறைக்கு சென்றமையினால் அதிகமான பரீட்சார்த்திகளுக்கு திருப்திகரமான பெறுபேற்றை அடைவதற்கு முடியாது இருந்தது.

(b) இலே ஐந்து உபபகுதிகள் உள்ளன. இலகுதன்மை 40% இனைவிடக் கூடியிருப்பது (i), (ii), (iii) ஆம் உபபகுதிகளில் மட்டுமேயாகும். எஞ்சிய உபபகுதிகளின் இலகுதன்மை மிகவும் குறைந்த மட்டத்தில் காணப்படுகிறது. மொத்த வினாப்பத்திரங்களிலும் புள்ளிகள் மிகக் குறைவாக பெற்ற உபபகுதி இந்த (v) ஆம் பகுதியாகும். இதற்கு காரணமாக அமைந்த சிக்கலெண்களின் அட்சர கணித சுருக்கல், மற்றும் ஆகண் வரிப்படத்தின் பாவனை மிகக் குறைந்த மட்டத்திலேயே காணப்பட்டமையாகும்.

தாயங்கள் தொடர்பான அடிப்படை பண்புகள் மற்றும் சிக்கல் எண்களின் அட்சரகணித, ஆகண் வரிப்படத்திலேயே குறித்தல் தொடர்பான அறிவு அதிகரிக்குமாறான பயிற்சிகளில் ஈடுபடுத்துவதனால் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

14.(a)  $x \neq -1$  இற்கு  $f(x) = \frac{8x}{(x+1)(x^2+3)}$  எனக் கொள்வோம்.

$x \neq -1$  இற்கு  $f'(x) = \frac{8(1-x)(2x^2+3x+3)}{(x+1)^2(x^2+3)^2}$  எனக் காட்டுக.

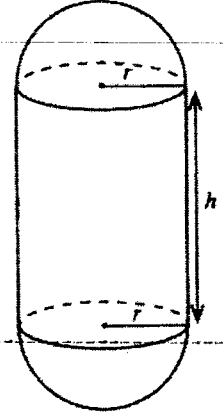
திரும்பற் புள்ளியையும் அணுகுகோடுகளையும் காட்டி  $y=f(x)$  இன் வரைபைப் பருமபடியாக வரைக.

$y=f(x)$  இன் வரைபைப் பயன்படுத்திச் சமன்பாடு  $(x+1)(x^2+3) = 16$  இன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(b) ஆரை  $r$  மீற்றரை உடைய இரு போள் அரைக்கோளங்களை அதே ஆரையையும் உயரம்  $h$  மீற்றரையும் உடைய ஒரு செவ்வட்டப் போள் உருளையுடன் உருவில் காண்படுகின்றவாறு விநைப்பதாக இணைப்பதன் மூலம் போட் சேர்த்திப் பொருள் ஒன்று ஆக்கப்பட வேண்டியுள்ளது. சேர்த்திப் பொருளின் மொத்தக் கனவளவு  $36\pi \text{ m}^3$  ஆகும்.  $h = \frac{108 - 4r^3}{3r^2}$  எனக் காட்டுக.

உருளைப் பரப்பிற்கான திரவியத்தின் செலவு சதுர மீற்றருக்கு ரூ. 300 உம் அரைக்கோளப் பரப்புகளுக்கான திரவியத்தின் செலவு சதுர மீற்றருக்கு ரூ. 1000 உம் ஆகும். இச்சேர்த்திப் பொருளைச் செய்யத் தேவையான திரவியங்களின் மொத்தச் செலவு ரூ.  $C$  ஆனது  $0 < r < 3$  இற்கு  $C = 800\pi \left(4r^2 + \frac{27}{r}\right)$  இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

$C$  இழிவாக இருக்கத்தக்கதாக  $r$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



(a)  $f'(x) = \frac{8x}{(x+1)(x^2+3)}$  எனக் கொள்வோம், இங்கு  $x \neq -1$

$$x \neq -1 \text{ இற்கு, } f'(x) = \frac{(x+1)(x^2+3) \cdot 8 - 8x[(x^2+3) + (x+1) \cdot 2x]}{(x+1)^2(x^2+3)^2}$$

$$= \frac{8(x^2+3) - 16x^2(x+1)}{(x+1)^2(x^2+3)^2} = \frac{8[3 - x^2 - 2x^3]}{(x+1)^2(x^2+3)^2} = \frac{8(1-x)(2x^2+3x+3)}{(x+1)^2(x^2+3)^2}$$

25

திரும்பற் புள்ளிகள்  $f'(x) = 0$  ஆகும் போது பெறப்படும்

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1. (\because 2x^2 + 3x + 3 \neq 0)$$

$x$  இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானத்திற்கும்  $2x^2 + 3x + 3 > 0$  ஆதலால்

$$\frac{8(2x^2+3x+3)}{(x+1)^2(x^2+3)^2} > 0 \text{ எல்லா } x \neq -1.$$



எனவே  $x \neq \pm 1$  இல்  $f'(x)$  இன் குறியும்  $(1-x)$  இன் குறியும் ஒன்றாகும்

	$-\alpha < x < -1$	$-1 < x < 1$	$1 < x < \alpha$
$f'(x)$ இன் குறி	(+)	(+)	(-)
$f(x)$ அதிகரிக்கின்றது	$f(x)$ அதிகரிக்கின்றது	$f(x)$ குறைகின்றது	
	(5)	(5)	(5)

$f'(x)$  ஆனது  $x = -1$  இல் வரையறுக்கப்படவில்லை.

(5)

எனவே  $y = f(x)$  என்ற வளையியானது ஒரே ஒரு திரும்பல் புள்ளியை (உயர்வு) மாத்திரம் கொண்டுள்ளது. அதன் ஆள்கூறு (1, 1) ஆகும்.

(5)

$x = -1$  இல்  $f(x)$  வரையறுக்கப் படவில்லை.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

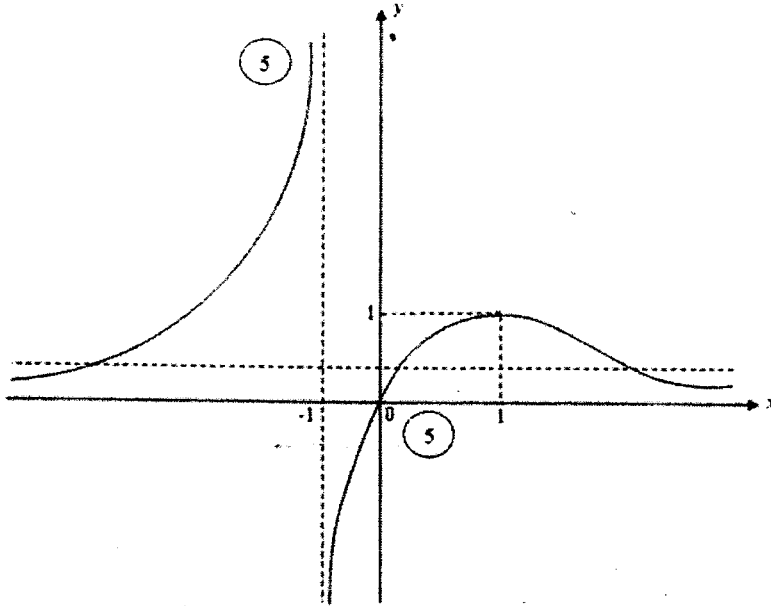
எனவே  $x = -1$  இல் நிலைக்குத்து அனுகு கோடு மட்டும் பெறப்படும்.

(5)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$$

எனவே  $y = 0$  இல் கிடை அனுகு கோடு பெறப்படும்.

(5)



55

$$(x+1)(x^3+3) = 16x \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{8x}{(x+1)(x^3+3)} \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$$

(5)

$y = f(x)$  உம்  $y = \frac{1}{2}$  உம் இடைவெட்டும் புள்ளிகளைத் தரும்.  
வரைபிலிருந்து மூன்றுவெட்டும் புள்ளிகள் பெறப்படும்.

5

10

(b) சேர்த்திப் பொருளின் மொத்தக் கனவளவு

$$= \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$$

10

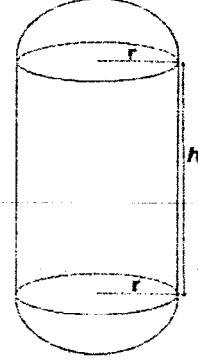
தரவுப்படி  $\frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h = 36\pi$

5

$$\Rightarrow 4r^3 + 3r^2 h = 108$$

5

$$\Rightarrow h = \frac{108 - 4r^3}{3r^2}$$



20

ஆனால்  $h > 0 \Rightarrow r < 3$  எனவே  $r$  ஆனது  $0 < r < 3$

5

$$C = 300 \times 2\pi r h + 1000 \times 4\pi r^2$$

5

$$= 200\pi \left\{ 3r \left( \frac{108 - 4r^3}{3r^2} \right) + 20r^2 \right\}$$

$$= 800\pi \left\{ 4r^2 + \frac{27}{r} \right\} \text{ ஆக } 0 < r < 3$$

5

15

$$\frac{dC}{dr} = 800\pi \left\{ 8r - \frac{27}{r^2} \right\}$$

5

$$\therefore \frac{dC}{dr} = 0 \Leftrightarrow 8r = \frac{27}{r^2} \Leftrightarrow r = \frac{3}{2}$$

5

5

$$\frac{dC}{dr} < 0 \quad \text{ஆக} \quad 0 < r < \frac{3}{2}$$

$$\frac{dC}{dr} > 0 \quad \text{ஆக} \quad \frac{3}{2} < r < 3$$

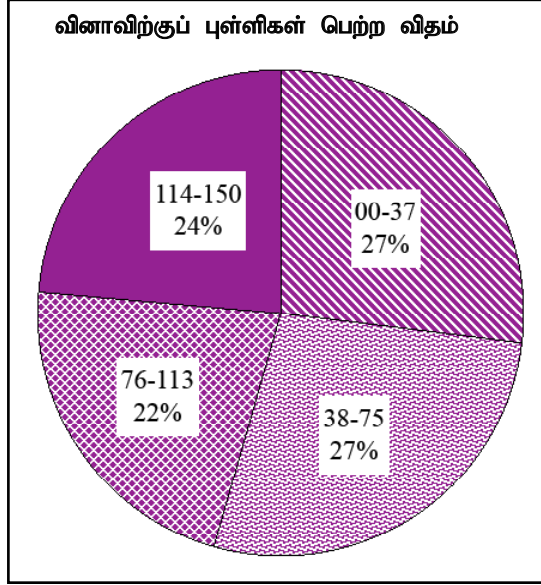
5

இதிலிருந்து  $C$  இன் இழிவுப் பெறுமானம்,  $r = \frac{3}{2}$  ஆகும் போது பெறப்படும்.

5

25

14 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 92% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 66% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

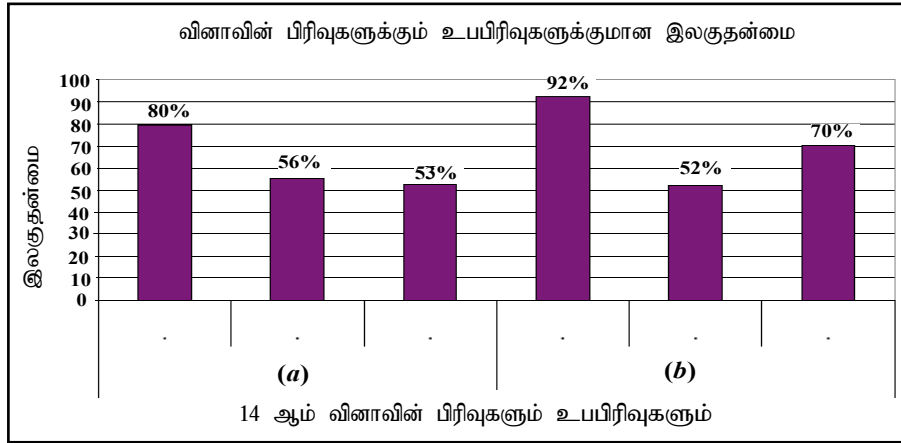
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 27% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 27% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 22% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 24% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இது 6 உபபகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் பகுதி (b) யின் முதலாம் பகுதி மிகக் கூடிய இலகுதன்மையை உடையதுடன் அது 92% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை காட்டப்படுவது (b) இன் இரண்டாவது பகுதியாவதுடன் அது 52% ஆகும்.

இந்த வினா 92% ஆன பரீட்சார்த்திகளினால் தெரிவு செய்யப்பட்டிருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 66% ஆகும். (a), (b) போன்ற இரு பிரதான பகுதிகளையும் எட்டு உப பகுதிகளையும் கொண்டிருப்பதுடன் வகையீடு மற்றும் வகையீட்டின் பிரயோகத்தினைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் தயாரிக்கப்பட்ட வினாவாகும். வினாத்தாள் I இன் பகுதி B யிலே இரண்டாவதாக அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் தெரிவுசெய்த வினா இதுவாகும்.

பகுதி (a) இன் முதலாவது உபபகுதியினது இலகுதன்மை 80% ஆன உயர்ந்த மட்டத்தில் காணப்பட்டது. எஞ்சிய இரு பகுதிகளினதும் இலகுதன்மை 50% இற்கு அண்மித்த மட்டத்திலேயே காணப்படுகிறது. (a) பகுதிக்கு அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் சார்பினது வகையீட்டினைச் சரியாக செய்திருப்பினும் நிலைக்குத்து அணுகுகோடுகளிலே சார்பினது நடத்தை மற்றும் வகையீட்டுக் குணகத்தின் புள்ளிகளைப் பரிசோதிப்பது பின்தங்கிய மட்டத்தில் காணப்படுவதனால் பகுதி (a) யினது மொத்த இலகுதன்மை சுட்டி குறைவடைந்திருந்ததுடன் அது 62% ஆகும்.

(b) யின் முதலாவது உபபகுதியின் மொத்த கொள்ளளவை கருதி தரப்பட்டுள்ள பெறுபேற்றை பெற்றுக்கொள்ளல் மிகவும் திருப்திகரமான மட்டத்தில் காணப்படுவதுடன் இரண்டாவது உபபகுதியிலே 1<sup>ம்</sup> அமையக் கூடிய பெறுமான வீச்சைச் சரியாக காட்டாமையினால் அந்தப் பகுதியின் இலகுதன்மையானது 52% மான குறைந்த மட்டத்திலே காணப்படுகிறது. இறுதி உபபகுதிக்கு விடையளித்தல் திருப்தியான மட்டத்தில் காணப்படுகிறது. பகுதி (b) யினது மொத்த இலகுதன்மை 73% ஆகும்.

வகையீட்டு குணகத்தின் புள்ளி மற்றும் அணுகு கோடு தொடர்பான எண்ணக்கரு மிகவும் உறுதிப்படுத்தப்படும் முறையிலே பயிற்சியளிப்பதற்குப் பழக்கப்படுத்துவதனால் மேலே காட்டப்பட்ட பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

15.(a)  $\int \frac{3x+2}{x^2+2x+5} dx$  ஐக் காண்க.

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி  $\int_1^{e^x} \cos(\ln x) dx = -\frac{1}{2}(e^x + 1)$  எனக் காட்டுக.

(c) சூத்திரம்  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$  ஐத் தார்க்க: இங்கு  $a$  ஒரு மாறிலி.

$p(x) = (x-\pi)(2x+\pi)$  எனவும்  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{p(x)} dx$  எனவும் கொள்வோம்.

மேற்கூறிய  $p(x)$  ஐப் பயன்படுத்தி  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{p(x)} dx$  எனக் காட்டுக.

$I$  மிகுதியாக மேற்கூறிய இரண்டு தொகையீடுகளையும் பயன்படுத்தி,  $I = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{p(x)} dx$  ஐ உய்த்தறிக.

இதிலிருந்து,  $I = \frac{1}{6\pi} \ln\left(\frac{1}{4}\right)$  எனக் காட்டுக.

(a)  $\int \frac{3x+2}{x^2+2x+5} dx$

$= \int \frac{3(x+1)-1}{x^2+2x+5} dx$  (5)

$= \frac{3}{2} \int \frac{2x+2}{x^2+2x+5} dx - \int \frac{1}{(x+1)^2+4} dx$  (5)

$= \frac{3}{2} \tan(x^2+2x+5) + \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$ , இங்கு  $C$  ஆனது எதேர்ச்சை மாறிலி.

[குறிப்பு  $x^2+2x+5 > 0$ ]

25

(b)  $I = \int_1^{e^x} \cos(\ln x) dx$

$= \int_1^{e^x} \cos(\ln x) \frac{dx}{dx} dx$  (5)

(5)  $= x \cos(\ln x) \Big|_1^{e^x} + \int_1^{e^x} x \sin(\ln x) \frac{1}{x} dx$  (5)

$$= e^\pi \cos(\ln e^\pi) - \cos(\ln 1) + \int_1^{e^\pi} \sin(\ln x) \frac{dx}{x}$$

$$= e^\pi \cos \pi - \cos 0 - x \sin(\ln x) \Big|_1^{e^\pi} - \int_1^{e^\pi} x \cos(\ln x) \frac{1}{x} dx$$

$$= -e^\pi - 1 - e^\pi \sin \pi - \sin(\ln 1) - I$$

$$2I = -e^\pi - 1$$

$$\therefore I = -\frac{1}{2}(e^\pi + 1)$$

50

(c)  $u = a - x$  என்க.  $\therefore x = a - u$  &  $\frac{dx}{du} = -1 \Rightarrow dx = -du$ .  $x = a$  இல்  $u = 0$ ,

$x = 0$  இல்  $u = a$ .

$$\int_0^a f(x) dx = \int_a^0 f(a-u)(-du)$$

$$= \int_0^a f(a-u) du$$

$$= \int_0^a f(a-x) dx$$

15

$$p(x) = (x - \pi)(2x + \pi)$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{p(x)} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi}{2} - x \right)}{p\left( \frac{\pi}{2} - x \right)} dx$$

மேற்கூறிய முடிவின்படி

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{p\left( \frac{\pi}{2} - x \right)} dx - \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{p(x)} dx$$

$$\therefore p\left( \frac{\pi}{2} - x \right) = \left( \frac{\pi}{2} - x - \pi \right) \left( 2\left( \frac{\pi}{2} - x \right) + \pi \right) = -\frac{1}{2}(2x + \pi)2(\pi - x) = (x - \pi)(2x + \pi) = p(x)$$

20

$$2I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{p(x)} dx + \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{p(x)} dx \quad (5)$$

$$\therefore I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{p(x)} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{p(x)} dx \quad (5)$$

10

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{(x-\pi)(2x+\pi)} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{1/3\pi}{(x-\pi)} - \frac{2/3\pi}{(2x+\pi)} \right\} dx$$

$$I = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{3\pi} \ln|x-\pi| - \frac{2}{3\pi} \times \frac{1}{2} \ln|2x+\pi| \right\} \Big|_0^{\pi/2} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{6\pi} \left\{ \ln\left|-\frac{\pi}{2}\right| - \ln|\pi| - \ln|2\pi| + \ln|\pi| \right\} \quad (5)$$

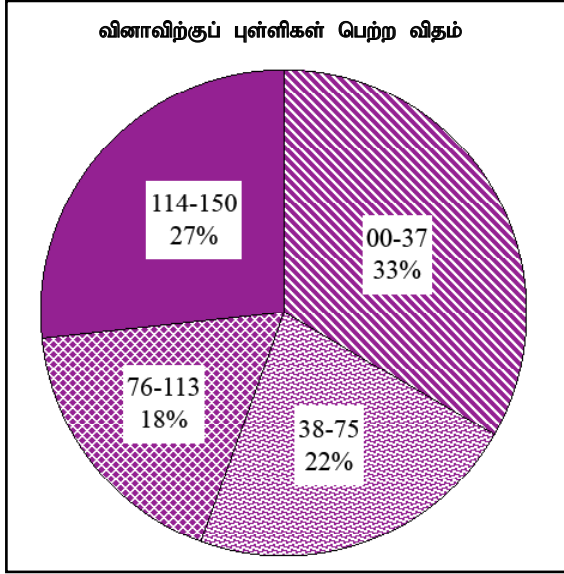
$$= \frac{1}{6\pi} \left\{ \ln\frac{\pi}{2} - \ln 2\pi \right\} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{6\pi} \ln\left(\frac{\pi/2}{2\pi}\right) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{6\pi} \ln\left(\frac{1}{4}\right)$$

30

## 15 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 76% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 65% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

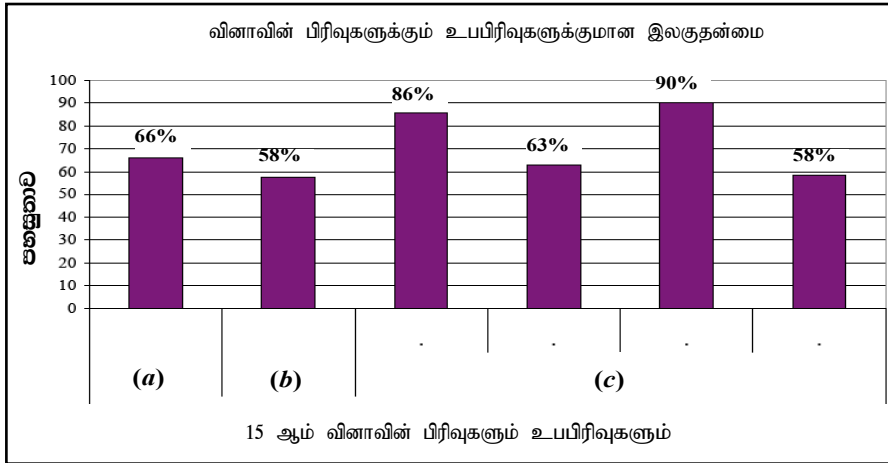
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 33% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 22% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 18% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 27% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இது 6 உபபகுதிகளாகப் பிரிக் கப் பட்டுள்ளதுடன் இதில் பகுதி (c) யின் மூன்றாம் பகுதி மிகக் கூடிய இலகுதன்மையை உடையதுடன் அது 90% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை காட்டப்படுவது (b), (c) இன் இறுதிப் பகுதியாவதுடன் அது 58% ஆகும்.

இந்த வினாவை 76%மான பரீட்சார்த்திகள் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 65% ஆகும். (a), (b), (c) என்ற பகுதிகள் மூன்றைக் கொண்ட நுண்கணிதப் பகுதியின் தொகையிடலைக் கருதி தயாரிக்கப்பட்ட பிரசினமாகும். இந்த வினாவின் ஒவ்வொரு உபபகுதியினதும் இலகுதன்மை 58% ஆகவோ அல்லது அதனிலும் அதிகமான பெறுமானத்தை எடுத்துள்ளது. இது நியம முறையிலான வினாவாகும்.

சில பரீட்சார்த்திகளுக்கு பகுதி (a) யில் உள்ள பின்னச் சார்பினை சரியான முறையில் அமைப்பதற்கு முடியாது இருந்தது. இந்தப் பகுதியின் இலகுதன்மை 66% ஆகும்.

(b) பகுதியிலே பகுதிப் பின்னமாக தொகையீட்டின் கீழ் உள்ள பிரசினமாகும். சில பரீட்சார்த்திகளுக்கு பகுதிப் பின்னமாக தொகையிடுவது தொடர்பான சூத்திரத்திற்குப் பொருத்தமான முறையில் தயாரித்துக் கொள்வதற்கு முடியாமையினால் விடை திருப்திகரமாக இல்லாது இருந்தது. இந்தப் பகுதியின் இலகுதன்மை 58% ஆகும்.

பகுதி (c) யானது நான்கு உபபகுதிகளைக் கொண்டது. இதன் முதலாவது உபபகுதிக்காக பரீட்சார்த்திகள் அதிகளவிலானோர் திருப்திகரமாக விடை அளித்திருந்ததுடன் அது வரையறுத்த தொகையீட்டு நியம முறையாகும். தேற்றத்தைச் சரியாக பயன்படுத்துவதன் மூலம் எஞ்சிய உபபகுதிக்காக திருப்திகரமாக விடையளித்திருந்தனர். இந்தப் பகுதியின் மொத்த இலகுதன்மை 69% ஆகும்.

விகிதமுறு சார்பினை நியம முறையில் சுருக்குவதற்கு பின்னடைவை விசேடமாக காணக்கூடியதாய் இருந்தது. இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்வதற்காக கட்டமைப்பாகத் தயாரிக்கப்பட்ட பயிற்சிகளை செய்யப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.

16.  $l_1, l_2$  என்பன முறையே  $2x+y=5$ ,  $x+2y=4$  ஆகியவற்றினால் தரப்படும் நேர்கோடுகளைக் கொள்வோம்.

$l_1$  இற்கும்  $l_2$  இற்குமிடையே உள்ள கூர்ங்கோணம்  $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$  எனக் காட்டி, இக்கோணத்தின் இருகூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

A ஆனது  $l_1$  இனதும்  $l_2$  இனதும் வெட்டுப் புள்ளி எனவும்  $R = \{(x, y) : x+2y \leq 4 \text{ உம் } 2x+y \geq 5 \text{ உம் ஆகும்}\}$

எனவும் கொள்வோம். புள்ளி A யின் ஆள்கூறுகளைக் கண்டு, மீதேசம் R ஐ xy- தளத்தில் நிழற்றுக.

$l_1, l_2$  ஆகிய இரு கோடுகளையும் தொட்டுக்கொண்டு மீதேசம் R இல் இருக்கும் ஆரை  $\sqrt{5}$  ஐ உடைய வட்டம் S இன் சமன்பாடு  $x^2+y^2-14x+8y+60=0$  எனக் காட்டுக.

தொடுகை நாணுக்கு வழக்கமான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் புள்ளி A யிலிருந்து வட்டம் S இற்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலிகளின் தொடுகை நாணின் சமன்பாடு  $x-y=10$  எனக் காட்டுக.

புள்ளி A யினூடாகவும்  $l_1, l_2$  ஆகியவற்றுடன் S இன் தொடுகைப் புள்ளிகளினூடாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$l_1, l_2$  இன் படித்திறன்கள் முறையே  $m_1, m_2$  எனின்  $m_1 = -2$ ,  $m_2 = -\frac{1}{2}$  ஆகும்.

நேர்கோடுகள்  $l_1, l_2$  இற்கு இடைப்பட்ட கூர்ங்கோணம்  $\theta$  என்க.

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

$$= \left| \frac{-2 + \frac{1}{2}}{1 + (-2)\left(-\frac{1}{2}\right)} \right| = \left| \frac{-\frac{3}{2}}{2} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

20

கோண இருகூறாக்கிகளின் சமன்பாடுகள்

$$\frac{|2x+y-5|}{\sqrt{5}} = \frac{|x+2y-4|}{\sqrt{5}}$$

$$\text{i.e. } 2x+y-5 = \pm(x+2y-4)$$

$$-x+y+1=0 \text{ அல்லது } 3x+3y-9=0$$

$$x-y-1=0 \text{ அல்லது } x+y-3=0$$

$l_1$  ஆனது  $x-y-1=0$  உடன்ஆக்கும் கூர்ங்கோணம்  $\alpha$  என்க.

$$\Rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{-2-1}{1+(-2)(1)} \right| = 3 > 1$$

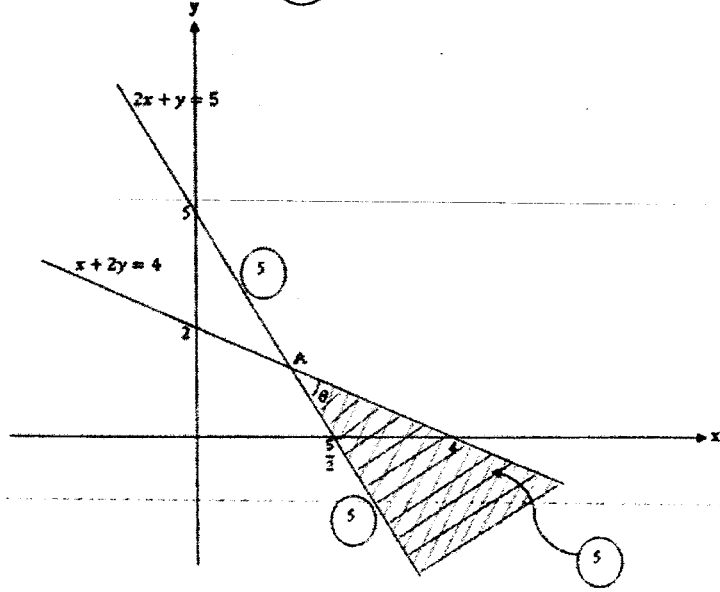
ஆகவே  $x-y-1=0$  ஆனது கூர்ங்கோண இரு கூறாக்கியல்ல.

எனவேவேண்டிய இருகூறாக்கி  $x+y-3=0$ .

35



$2x + y = 5$  ஐயும்  $x + 2y = 4$  ஐயும் தீர்க்கும் போது  $x = 2$  உம்  $y = 1$  உம் பெறப்படும்  $\therefore A = (2, 1)$



20

$x + y - 3 = 0$  இல்  $S$  இன் மையமானது இருக்கும். எனவே  $S$  இன் மையத்தின் ஆள்கூற்றை  $(2 + t, 1 - t)$  என எழுதலாம்.

$S$  இன் ஆரையானது  $\sqrt{5}$  எனவே  $\left| \frac{2(2+t) + (1-t) - 5}{\sqrt{5}} \right| = \sqrt{5}$ .

$$\Rightarrow |t| = 5$$

$$\Rightarrow t = \pm 5.$$

$C \equiv (7, -4)$  அல்லது  $(-3, 6) \leftarrow R$  இல் இராது.

$S$  இன் சமன்பாடு

$$(x - 7)^2 + (y - 4)^2 = 5$$

$$x^2 - 14x + 49 + y^2 + 8y + 16 = 5$$

$$x^2 + y^2 - 14x + 8y + 60 = 0$$

40

முறை: II

$$C \equiv (t', 3-t') \quad (5)$$

S இன் ஆரை  $\sqrt{5}$  எனவே

$$\frac{|2t' + (3-t'-5)|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \quad (10)$$

$$|t' - 2| = 5$$

$$t' = 7 \text{ அல்லது } t' = -3 \quad (5)$$

$C \equiv (7, -4)$  அல்லது  $(-3, 6) \leftarrow R$  இல் இரந்து.

$$(5)$$

$$(5)$$

S இன் சமன்பாடு:

$$(x-7)^2 + (y+4)^2 = 5 \quad (5)$$

$$x^2 - 14x + 49 + y^2 + 8y + 16 = 5 \quad (5)$$

$$x^2 + y^2 - 14x + 8y + 60 = 0$$

40

$$(5) \quad x_0x + y_0y + g(x + x_0) + f(y + y_0) + c = 0 \quad \text{இல்}$$

$x_0 = 2, y_0 = 1, g = -7, f = 4, c = 60$  ஐ பிரதியிடுவது

$$2x + y - 7(x + 2) + 4(y + 1) + 60 = 0$$

$$\Rightarrow -5x + 5y = -50 \Rightarrow x - y = 10 \quad (5)$$

10

வேண்டிய வட்டத்தின் சமன்பாட்டை

$$x^2 + y^2 - 14x + 8y + 60 + \lambda(x - y - 10) = 0 \text{ என எழுதலாம்}$$

$A \equiv (2, 1)$  ஆனது இவ் வட்டத்தின் இருப்புதால்

$$4 + 1 - 28 + 8 + 60 + \lambda(x - y - 10) = 0 \quad (5)$$

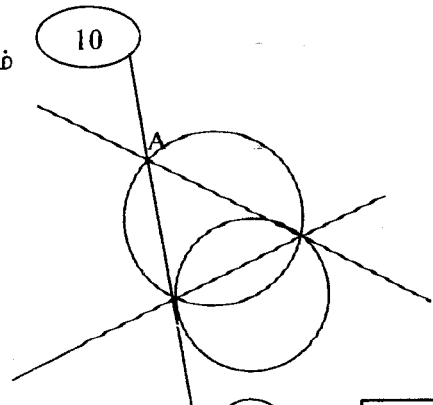
$$45 - 9\lambda = 0$$

$$\lambda = 5 \quad (5)$$

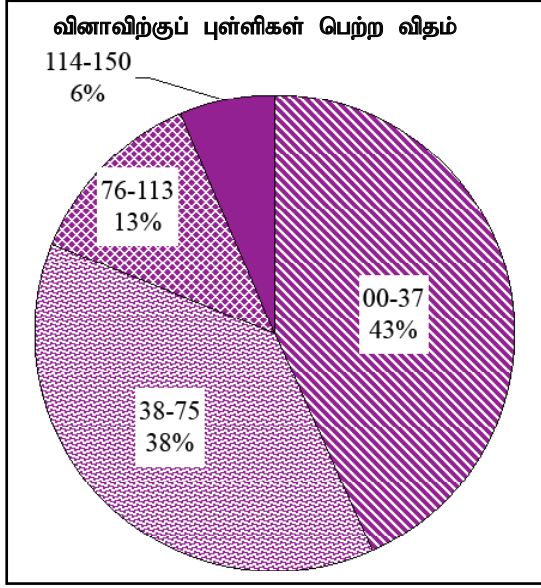
எனவே வேண்டிய வட்டத்தின் சமன்பாடு  $x^2 + y^2 - 9x + 3y + 10 = 0$

5

25



16 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 62% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 45% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

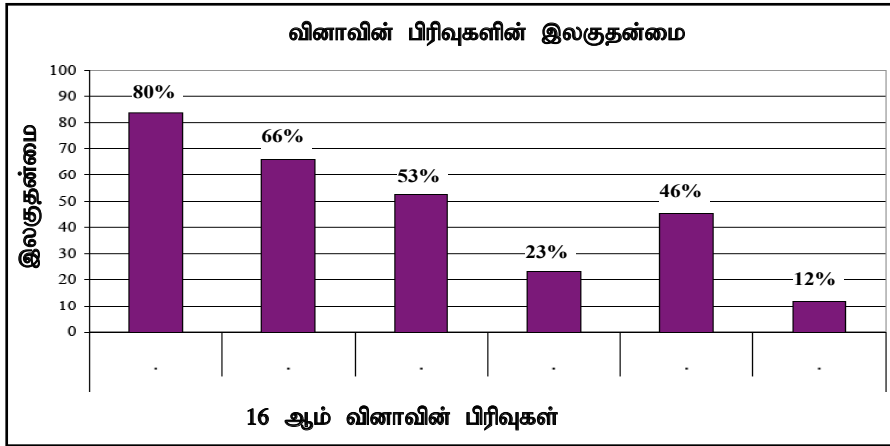
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 43% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 38% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 13% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமையில் 6% இனரும்

புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினா 6 பகுதிகளைக் கொண்டது. அவற்றுள் மிகக் கூடிய இலகுதன்மையைக் கொண்டது முதலாவது பகுதியாவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 84% ஆகும். கடைசிப் பிரிவு மிகக் குறைந்த இலகுதன்மையை உடையதுடன் அது 12% ஆகும்.

இந்த வினாவை 62% மான பரீட்சார்த்திகள் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 45% ஆகும். இந்த வினா எளிய நேர்கோடு மற்றும் வட்டம் தொடர்பான அறிவைப் பாவித்து தயாரிக்கப்பட்ட கட்டமைக்கப்பட்ட வினாவாகும். இது ஆறு உபபகுதிகளைக் கொண்டது.

இந்த பிரிவினத்திலே இரு நேர்கோடுகளுக்கிடையே உள்ள கோணத்தை அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் சரியாகக் கண்டு இருந்தனர். கோண இருகூறாக்கியைக் காண்பது போதிய அளவு திருப்திகரமாக அமைந்திருந்தது. மூன்றாவது பகுதியிலே பிரிவினத்திற்குரிய தேவையான பிரதேசத்தை XY தளத்திலேயே நிழற்றுவதில் தவறவிட்டிருந்தனர். இந்த வினா கட்டமைக்கப்பட்ட வினாவானதால் உரிய பிரதேசத்தை நிழற்றுவதை சரியாக செய்யாமையினால் பிரிவினத்தின் எஞ்சிய பகுதிகளுக்கு விடையளிப்பதில் தவறு விட்டுள்ளனர். இந்த பிரிவினத்திலே இறுதி பகுதியானது இலகுதன்மை 12% ஆன மிக குறைந்த மட்டத்தில் காணப்பட்டது. இதன் மூலம் தெரிவது என்னவென்றால் பிரிவினத்தை வாசித்து சரியாக விளங்கிக் கொள்வதற்கு பரீட்சார்த்திகளுக்கு முடியாதிருந்தது என்பதாகும்.

நேர்கோடு மற்றும் வட்டத்தின் அடிப்படையான கோட்பாடுகளை முறையாக விருத்தி செய்யுமாறு கட்டமைக்கப்பட்ட பயிற்சிகளை தொடர்ச்சியாக செய்வதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

17.(a)  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  இற்கு  $f(x) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan^2 x}$  எனக் கொள்வோம்.  $f(x)$  ஐ வடிவம்  $A \cos(2x + \alpha) + B$  யில்

எடுத்துரைக்க; இங்கு  $A (> 0)$ ,  $B$ ,  $\alpha$   $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$  ஆகியன துணியப்பட்ட வேண்டிய மாறிலிகள்.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு  $f(x) = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$  ஐத் தீர்க்க.

$f(x)$  இற்காகத் தரப்பட்டுள்ள முதற் கோவையைப் பயன்படுத்தி,  $f(x) = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$  ஆனது  $2 \tan^2 x + 4k \tan x - k^2 = 0$  என எழுதப்படலாமெனக் காட்டுக; இங்கு  $k = 2 - \sqrt{2}$  ஆகும்.

$\tan \frac{\pi}{24} = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$  ஐ உபயத்தறிக.

அத்துடன்  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  இற்கு  $y = 2f(x)$  இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(b) ஒரு முக்கோணிக்கு வழக்கமான குறிப்பீட்டில் **சைன் நெறியைக் கூறுக.**

$ABC$  ஒரு முக்கோணியெனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில்  $a : b : c = 1 : \lambda : \mu$  எனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு  $\lambda, \mu$  மாறிலிகள்.  $\mu^2(\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C) = 4\lambda \sin^3 C$  எனக் காட்டுக.

(a)  $f(x) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan^2 x}; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

$$= \cos^2 x \left( 1 - \frac{\sin x}{\cos x} \right) = \cos^2 x - \sin x \cos x$$

5

$$= \frac{1 + \cos 2x}{2} - \frac{\sin 2x}{2}$$

5

$$= \frac{1}{2} [\cos 2x - \sin 2x] + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x \right] + \frac{1}{2}$$

5

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \cos \frac{\pi}{4} \sin 2x - \sin \frac{\pi}{4} \sin 2x \right] + \frac{1}{2}$$

5

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{2}$$

5

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}, B = \frac{1}{2}, \alpha = \frac{\pi}{4}$$

5

35

$$f(x) = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

(5)

$$2x + \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}$$

(5)

(5)

$$2x = 2n\pi + \frac{\pi}{12} \quad \text{அல்லது} \quad 2x = 2n\pi - \frac{7\pi}{12} \Rightarrow x = n\pi + \frac{\pi}{24} \quad \text{அல்லது} \quad x = n\pi - \frac{7\pi}{24}$$

$$x = \frac{\pi}{24}, -\frac{7\pi}{24} \left( \because -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$$

(5)

20

$$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$4 - 4 \tan x = 2 + \sqrt{2} + (2 + \sqrt{2}) \tan^2 x$$

$$4 - (2 + \sqrt{2}) - 4 \tan x = (2 + \sqrt{2}) \tan^2 x \dots \dots \dots (i)$$

$$(ii) \times (2 - \sqrt{2})$$

$$(2 - \sqrt{2})^2 - 4(2 - \sqrt{2}) \tan x = (2^2 - \sqrt{2}^2) \tan^2 x \quad (5)$$

$$2 \tan^2 x + 4(2 - \sqrt{2}) \tan x - (2 - \sqrt{2})^2 = 0 \quad (5)$$

$$2 \tan^2 x + 4k \tan x - k^2 = 0, \text{ இங்கு } k = 2 - \sqrt{2} \quad (5)$$

15

$$\tan x = \frac{-4k \pm \sqrt{16k^2 + 8k^2}}{4} = \frac{-2k \pm \sqrt{6}k}{2}$$

(5)

$$\tan \frac{\pi}{24} = -(2 - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{6}}{2} (2 - \sqrt{2}); \left( \because \tan \frac{\pi}{24} > 0 \right) \quad (5)$$

(5)

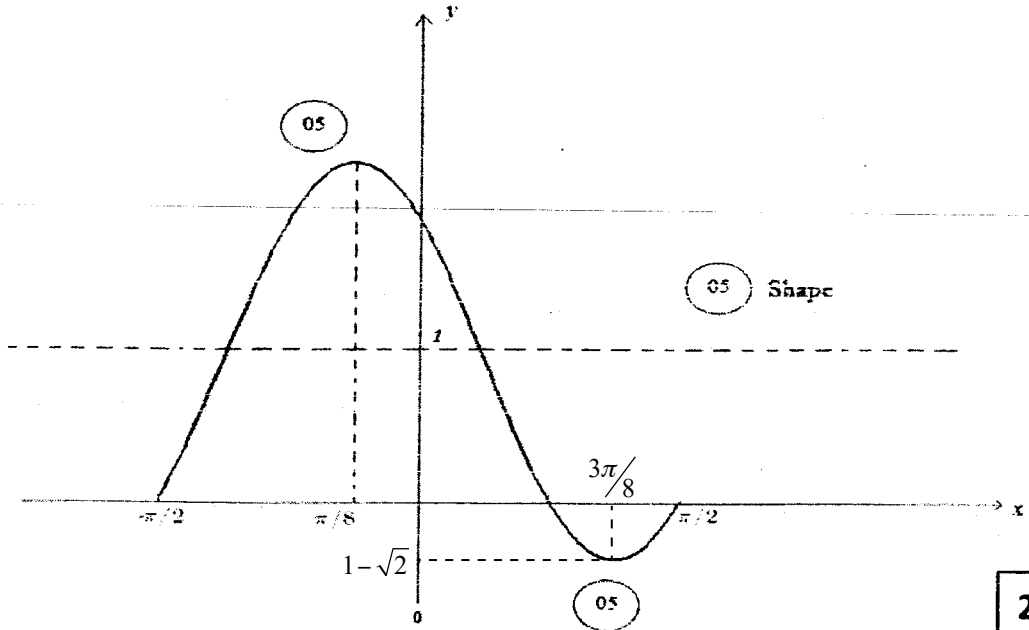
$$\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$$

(5)

20

$$y = 2f(x)$$

$$= \sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$



20

(b) சைன் விதி:  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

5

05

5

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 2 \sin(A+B) \cos(A-B) + 2 \sin C \cos C \quad (5)$$

$$= 2 \sin C \cos(A-B) - 2 \sin C \cos(A+B) \quad (5)$$

$$= 2 \sin C [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$= 4 \sin C \sin A \sin B \quad (5)$$

$$= 4 \sin C \frac{\sin A}{a} \cdot \frac{\sin B}{b} \cdot ab \quad (5)$$

$$= 4 \sin C \frac{\sin C}{c} \cdot \frac{\sin C}{c} \cdot ab$$

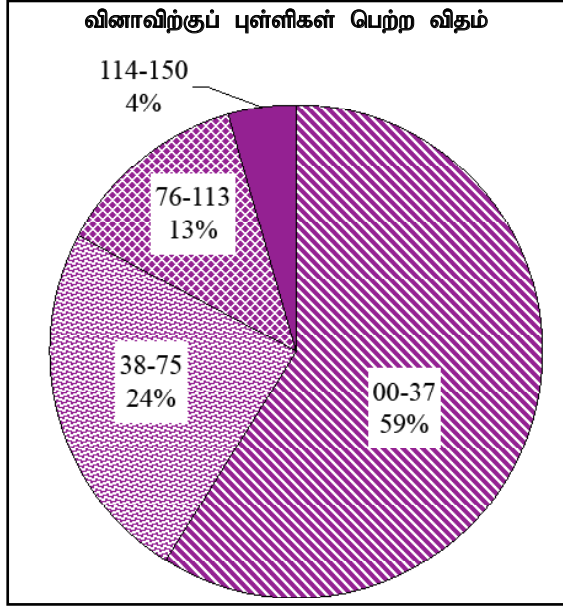
$$\Rightarrow c^2 (\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C) = 4ab \sin^3 C \quad (5)$$

$$\mu^2 \mu^2 a^2 (\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C) = 4a\lambda a \sin^3 C \quad (\because a:b:c = 1:\lambda:\mu)$$

$$\mu^2 (\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C) = 4\lambda \sin^3 C \quad (5)$$

35

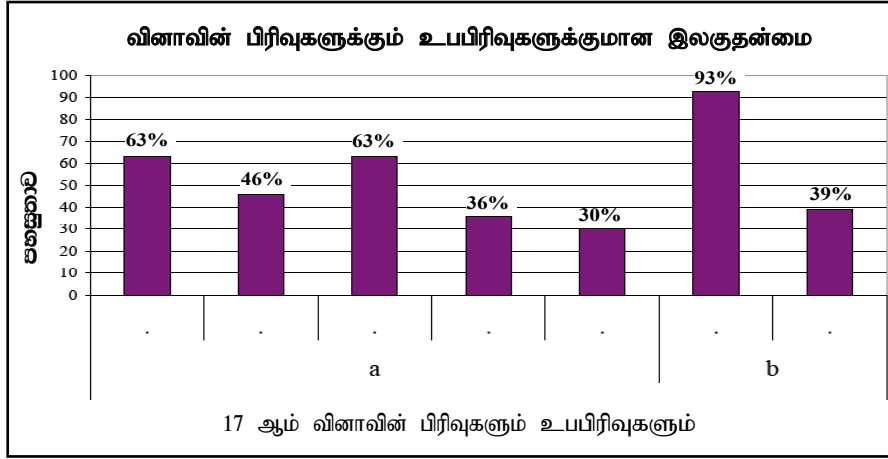
17 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 64% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 48% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 59% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 24% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 13% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 4% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினா 7 உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (b) இன் முதலாவது உபபகுதிகள் அதிகூடிய இலகுதன்மை காணப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 93% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுதன்மை பகுதி (a)இன் கடைசி உபபிரிவு ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 30% ஆகும்.

இந்த வினாவினை 64% ஆன பரீட்சார்த்திகள் தெரிவு செய்து இருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 48% ஆகும். இந்த வினா (a) மற்றும் (b) என்ற இரு பிரதான பகுதிகளை கொண்டதுடன் திரிகோண கணித விகிதத்துடன் தயாரிக்கப்பட்ட வினாவாகும். (a) பகுதியின் இலகுதன்மை 49% ஆகும். (b) பகுதியின் இலகுதன்மை 46% ஆகும்.

(a) பகுதியின் முதல் உபபகுதியில் f சார்பு தரப்பட்ட முறைக்குத் தயார் செய்வதில் ஓரளவு திருப்திகரமாக இருப்பினும் எஞ்சிய நான்கு உபபகுதிகளுக்கு விடை எழுதும்போது கீழ் மட்டமாக காணப்பட்டது. தரப்பட்ட வீச்சினுள் திரிகோண கணித சார்பின் வரைபை கீறும்போதும் கீழ் மட்டத்தில் காணப்பட்டது.

(b) பகுதி சைன் விதியை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட வினாவாகும். சைன் விதியைக் கூறும்போது 100% சரியாக இருக்கவில்லை. தரப்பட்ட தேவைப்பாட்டைக் கருதி தேவையான விடையைப் பெறுதல் மிகவும் பின்னங்கிய மட்டத்தில் காணப்பட்டது.

திரிகோண கணிதத்திற்குரிய அடிப்படைக் கோட்பாடு தொடர்பான சரியான அறிவு மற்றும் விளக்கம் போதுமானவாறு பரீட்சார்த்திகளிடம் இல்லாமையினால் இந்த பிரசினத்திற்கு திருப்திகரமாக தீர்ப்பதற்கு முடியாது இருந்துள்ளது.

அடிப்படை திரிகோண கோட்பாடு விருத்தியடையுமாறு ஒரு பெறுபேறு வேறொரு பெறுபேறாக மாற்றமுடியுமாறு பயிற்சிகளில் ஈடுபடுவதால் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

## 2.2 வினாப்பத்திரம் II உம் விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான தகவல்களும்

### 2.2.1 வினாப்பத்திரம் II இன் கட்டமைப்பு

நேரம் 03 மணித்தியாலங்கள். மொத்தம் 100 புள்ளிகள்

★ இவ்வினாத்தாள் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

**பகுதி A - 10** வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **25** புள்ளிகள் வீதம் **250** புள்ளிகள்

**பகுதி B - ஏழு** வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **150** புள்ளிகள் வீதம் **750** புள்ளிகள்.

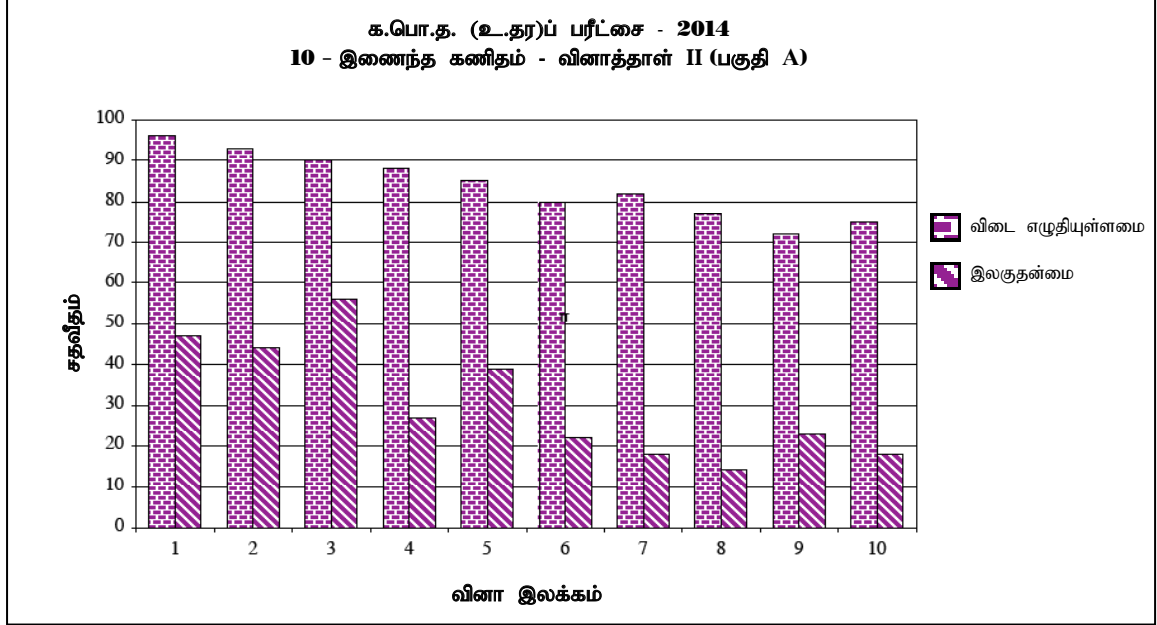
வினாத்தாள் II இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் =  $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ பரீட்சையில் பகுதி A யிற்கு வினாத்தாளின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடையை எழுத வேண்டும்.



## 2.2.2 வினாத்தாள் II இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்

II ஆம் வினாத்தாளில் பகுதி A யிற்குரிய பத்து வினாக்களுக்கும் கட்டாயமாக விடை எழுத வேண்டும். இந்த பகுதியில் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம், அந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை என்பன கீழே உள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



**வரைபு 13 :** இணைந்த கணிதம் II இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுத்தன்மை.

இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இல் பகுதி A யில் அடங்கியுள்ள 10 வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டியது கட்டாயமாவதோடு இவ்வினாப்பத்திரத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளுள் 90% இற்கும் குறையாத சதவீதத்தினர் விடை எழுதி இருந்தது. வினா இலக்கம் 1, 2 இற்கு மட்டுமாகும். பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினர் விடையளித்திருந்தது. 01 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 96% ஆகும். வினா இலக்கம் 9 இற்கு விடையளித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 72%இற்கு குறைந்த சதவீதத்தினர் மட்டும் விடையளித்து இருந்தனர்.

இந்த பத்து வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மையைக் கருதும்போது தெளிவாவது இலகுத்தன்மை 50% இனை தாண்டியிருப்பது 3 ஆம் வினா மட்டுமே ஆகும். 4, 6, 7, 8, 9, 10 போன்ற வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 30% இனை விடக் குறைந்ததாகும்.

இலகுத்தன்மை அதிகமான வினா 03 ஆம் இலக்க வினா ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 56% ஆகும். அதிகளவிலானோர் தெரிவு செய்துள்ள வினா 01 ஆவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 47% ஆகும். அவ்வாறே மிகக் குறைவாக விடை எழுதப்பட்ட வினா 8 ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 14% ஆகும். அவ்வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 77% ஆகும்.

இந்த பத்து வினாக்களுக்காவும் பரீட்சார்த்திகளின் துலங்கல் தன்மையை நன்றாக ஆராய்ந்து பார்ப்பதற்காக கீழேயுள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களை பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

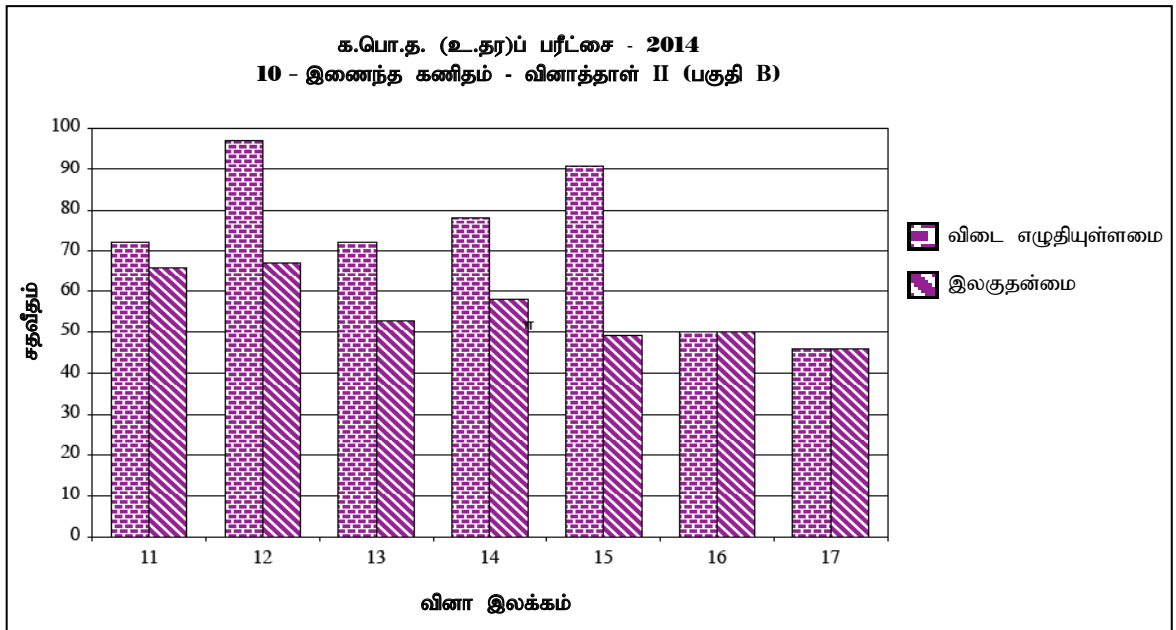
வினா இலக்கம்		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விடை எழுதி இருந்த பரீட்சார்த்திகளுள்	புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம்	22	23	18	49	31	34	47	48	39	35
	25 புள்ளிகளையும் பெற்றவர்களின் சதவீதம்	21	33	38	19	27	9	10	2	15	6
விடை எழுத முயற்சிக்காத பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்		4	8	11	12	15	20	19	23	29	25
வினாவின் % இலகுத்தன்மை		47	44	56	27	39	22	18	14	23	18

**அட்டவணை 6:** இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகளுள் புள்ளிகளைப் பெறாதவர்களும் 25 புள்ளிகளையும் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்

வினாவிற்குரிய மொத்தப் புள்ளிகளின் அதிகளவை பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் அதிக சதவீதத்தினர் அதாவது 38% இனர் காணப்படுவது 3 ஆவது வினாவாகும். மிகக் குறைந்த சதவீதத்தினர் 8 ஆம் இலக்க வினாவிற்காகவும் அந்த சதவீதம் 2% ஆகும். பத்து வினாக்களுக்காகவும் அதன் சதவீதம் 50% இனை விட குறைவாகும். புள்ளிகள் பெறப்படாத கூடிய சதவீதமாக அமைவது 4 ஆவது வினாவாகும். அது 49% ஆகும். இந்த ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 25 புள்ளிகள் வீதம் பெற்ற வினாக்களின் 4 வது வினாவிற்கு பெற்றுக்கொண்ட 10% அல்லது அதிலும் குறைவாகும்.

பரீட்சார்த்திகளுக்கு மிகவும் இலகுவாக புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியுமென எதிர்பார்க்கையுடன் தயாரிக்கப்பட்ட இந்த பத்து வினாக்களுள் அந்த எதிர்பார்ப்பை ஓரளவு வழங்கியிருந்தது. 3 ஆம் வினாவுக்கு மட்டுமே என மேலேயுள்ள தகவல்களில் இருந்து தெரியவருகிறது.

இணைந்த கணித வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யில் தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் தமக்கு விருப்பமானவாறு தெரிவு செய்யப்பட்ட ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுத வேண்டியதுடன் அந்த ஒவ்வொரு வினாக்களுக்காகவும் வினாத்தாளுக்குரிய 1000 புள்ளிகளில் 150 புள்ளிகள் படி உரித்தாகும். அந்த வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை மற்றும் அவற்றின் இலகுத்தன்மை கீழேயுள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



**வரைபு 14 :** இணைந்த கணிதம் II இன் பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுத்தன்மை.

இந்த வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யில் தரப்பட்டுள்ள ஏழு வினாக்களில் அதிகளவிலான அதாவது பரீட்சார்த்திகளுக்குள் 97%இனர் தெரிவு செய்து இருந்தது 12 ஆவது வினாவினாக்களாகும். அதன் இலகுத்தன்மை 67% ஆகும்.

மிகக் குறைவாக தெரிவு செய்து இருப்பது 17ஆவது வினாவாவதுடன் அதன் சதவீதம் 46% ஆகும். அதன் இலகுத்தன்மை 46% ஆகும்.

வினாத்தாள் II இல் B பகுதியில் அடங்கிய 7, வினாக்களில் அவற்றின் இலகுத்தன்மையை இறங்கு வரிசைக்கேற்ப ஒழுங்கமைக்கும்போது பெறப்படும் இடங்களின் வரிசை ஒழுங்குகள் 17, 15, 16, 13, 14, 11, 12 ஆகும். இந்த வினாத்தாளில் பகுதி A யில் 1, 3 ஆகிய வினாக்களைத் தவிர எஞ்சிய வினாக்களில் இலகுத்தன்மை பகுதி B யின் வினாக்களின் இலகுத்தன்மையை விடக் குறைவடைந்திருந்தது. பகுதி Aயின் வினாக்களின் அதிகளவில் எதிர்பார்க்கையுடன் கூடியளவு புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு பரீட்சார்த்திகளால் முடியாமை தென்படுகின்றது. வினாப்பத்திரம் II இன் பகுதி A யின் 10 வினாக்களில் இலகுத்தன்மையின் சராசரி 34%ஆவதோடு பகுதி B யின் 7 வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மையின் சராசரி 56% ஆகும்.

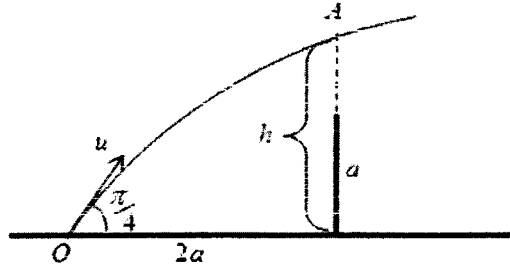
2.2.3 II ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்

### (10) இணைந்த கணிதம் வினாப்பத்திரம் II - பகுதி A

வினா இலக்கம் 1

1. ஒரு கிடை நிலத்தின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளி  $O$  விலிருந்து கிடையுடன் கோணம்  $\frac{\pi}{4}$  ஐ ஆக்கும் ஒரு திசையில், உயரம்  $a$  யை உடையதும்  $O$  விலிருந்து கிடைத் தூரம்  $2a$  யில் உள்ளதுமான ஒரு நிலைக்குத்துச் சுவரை நோக்கி ஒரு துணிக்கை புவியீர்ப்பின் கீழ் கதி  $u$  இல் எறியப்படுகின்றது.  $u > 2\sqrt{ga}$  எனின், துணிக்கை சுவருக்கு மேலாகச் செல்லுமெனக் காட்டுக.

$$u > 2\sqrt{ga} \text{ என்க.}$$



$$O \rightarrow A \text{ இயக்கத்திற்கு: } s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$\rightarrow 2a = u \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)t \quad (5)$$

$$t = \frac{2\sqrt{2}a}{u}$$

$$\uparrow h = u \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (10)$$

$$= 2a - \frac{1}{2}g \cdot \frac{8a^2}{u^2}$$

$$= 2a - \frac{4ga^2}{u^2} \quad (5)$$

$$> 2a - \frac{4ga^2}{4ga} \quad (\because u^2 > 4ga)$$

$$= a$$

$$h > a \text{ ஆதலால் துணிக்கை சுவருக்கு மேலாகச் செல்லும்}$$

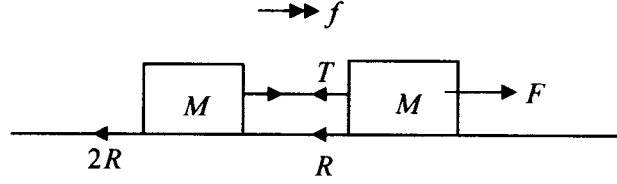
5

25

1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாயினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 96% இனர் மட்டுமேயாகும். துணிக்கையானது கிடைத்தளத்திலே அசையுமாறு எறியப்படும்போது தரப்பட்டுள்ள புள்ளிக்கு மேலே பயணிப்பதற்காக எறியப்படும் வேகம் கொண்டிருக்க வேண்டிய தேவைப்பாடு இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 47% ஆகும். கிடை இயக்கம் சாதாரணமான சந்தர்ப்பத்தை கருதாது இயக்க சமன்பாட்டை எழுதும்போது கிடை உயரமாக  $a$  என எடுத்து பிரசினத்தை தீர்க்க முயற்சித்தமையினால் சரியான விடையை அண்மிப்பதற்கு முடியாது இருந்தது. தரப்பட்ட தேவைப்பாடுகளை நிறைவு செய்யும் வகையில் இயக்க சமன்பாடுகளை சரியாக எழுதிப் பிரசினத் தீர்ப்பதற்கு பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் திருப்திகரமான விடையை பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

2. திணிவு  $M \text{ kg}$  ஐ உடைய ஒரு வாகனம் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத வடத்தினால் அதே திணிவுள்ள ஓர் இழுவண்டியை ஒரு நேர்க் கிடைப் பாதை வழியே இழுத்துக்கொண்டு செல்கின்றது. வாகனத்தின் இயக்கத்திற்கும் இழுவண்டியின் இயக்கத்திற்கும் உள்ள தடைகள் முறையே  $R, 2R$  நியூற்றன் ஆகும். வாகனத்தின் எஞ்சின்  $P \text{ kW}$  வலுவில் தொழிற்பட்டுக் கொண்டும் வாகனம் கதி  $V \text{ m s}^{-1}$  இல் இயங்கிக்கொண்டும் இருக்கும் கணத்தில் வடத்தின் இழுவை  $\frac{1}{2} \left( R + \frac{1000P}{V} \right)$  நியூற்றன் எனக் காட்டுக.



வாகனத்தின் உந்தல் விசை  $F = \frac{1000P}{V} \text{ N}$  (5)

தொகுதிக்கு  $F = ma \rightarrow$  பிரயோகிக்க

$$F - 3R = 2Mf \quad (10)$$

இழுவண்டிக்கு  $F = ma \rightarrow$  பிரயோகிக்க

$$T - 2R = Mf \quad (5)$$

$$2(T - 2R) = F - 3R$$

$$T = \frac{1}{2}(R + F) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \left( R + \frac{1000P}{V} \right) \text{ N}$$

25

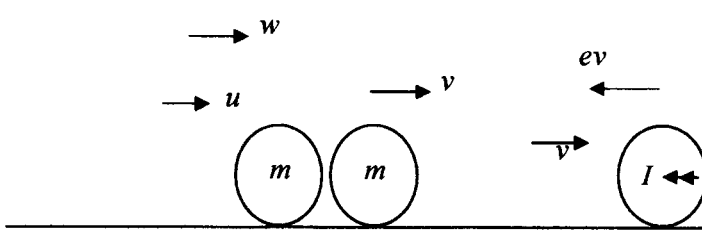
2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 93% இனர் மட்டுமேயாகும்.  $F = ma$  மற்றும்  $P = Fv$  என்ற நியம சமன்பாடுகளின் உள்ளடக்கம் தொடர்பான அறிவை பரிசீலித்தல் இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுவன்மை 44% ஆகும்.

அலகுகளிடையேயான தொடர்பைச் சரியாக பயன்படுத்தாமையினால் தரப்பட்ட விடைக்கு அண்மிக்க முடியாது இருந்தது.

இவ்வகையான எளிய பிரசினங்களைத் தீர்க்கும்போது அலகுகளின் பரிமாற்றம் மற்றும் சக்தியை குறிப்பது தொடர்பான விசேட கவனத்தைச் செலுத்தி பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்த வேண்டும்.

3. திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை  $P$  ஆனது ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது கதி  $u$  உடன் ஒரு நிலைக்குத்துச் சுவரை நோக்கிச் சுவருக்குச் செங்குத்தாக ஒரு நேர்கோட்டில் இயங்குகின்றது. சுவருடன் மோதுமுன்பாகத் துணிக்கை  $P$  ஆனது அதன் பாதையிலே ஓய்வில் உள்ள அதே திணிவைக் கொண்ட வேறொரு துணிக்கை  $Q$  உடன் நேரடியாக மோதும் அதே வேளை துணிக்கை  $Q$  அதன் பின்னர் சுவருடன் மோதிப் பின்னடைகின்றது. இரு மோதுகைகளுக்கும் மீளமைவுக் குணகம்  $e$  ( $0 < e < 1$ ) ஆகும். துணிக்கை  $Q$  மீது சுவரினால் பிரயோகிக்கப்படும் கணத்தாக்கு  $\frac{1}{2}(1+e)^2 mu$  எனக் காட்டுக.



முதல் மொத்தலுக்கு  $I = \Delta(mv)$  தொகுதிக்கு

$$\rightarrow mv + mw - mu = 0 \quad (5)$$

$$v + w = u$$

முதல் மொத்தலுக்கு நியூட்டன் விதிப்படி,

$$v - w = eu \quad (10)$$

$$v = \frac{1}{2}(1+e)u$$

சுவருடனான மோதலுக்கு  $I = \Delta(mv)$

$$\rightarrow I = mev + mw \quad (5)$$

$$= (1+e)mv$$

$$= \frac{1}{2}(1+e)^2 mu \quad (5)$$

25

3 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இவ்வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்தோர் 90% இனர் மட்டுமேயாகும். எளிய மோதுகைக்கான  $I = \Delta(mv)$  மற்றும் நியூட்டனின் பரிசோதனை விதியைப் பயன்படுத்துவது தொடர்பான அறிவைப் பரிசோதித்தல் இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 55% ஆகும்.

முதலாவது மோதலுக்காக உரிய சமன்பாடுகளை சரியாக எழுதி இருப்பினும் பரீட்சார்த்திகளுள் சில பிரிவினருக்கு இரண்டாவது மோதலுக்காக  $I = \Delta(mv)$  என்ற சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துகையில் திசையை சரியாக இனங்காணாமையினால் இறுதி விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்ததைக் காண முடிந்தது.

மேற்படி முறையில் காவிச் சமன்பாட்டை எழுதும் போது சரியான திசையில் சமன்பாட்டை எழுதப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.

வினா இலக்கம் 4

4. இயற்கை நீளம்  $a$  யையும் மீள்தன்மை மட்டு  $4mg$  யையும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி  $O$  உடன் கட்டப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை மற்றைய நுனி திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை  $O$  இல் ஓய்விலிருந்து புவியீர்ப்பின் கீழ் விடுவிக்கப்படுகின்றது. சக்திக் காப்புக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, பின்னர் நிகழும் இயக்கத்தில் இழையின் உயர்ந்தபட்ச நீளத்தைக் காண்க.

சக்திக் காப்பு தத்துவப்படி,

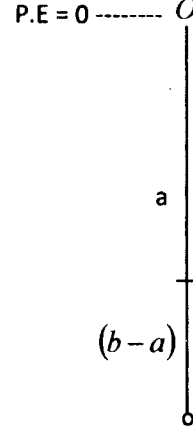
$$0 + \frac{1}{2} \frac{4mg}{a} (b-a)^2 - mgb = 0 \quad (15)$$

$$2(b-a)^2 = a.b$$

$$2b^2 + 2a^2 - 5ab = 0 \quad (5)$$

$$(b-2a)(2b-a) = 0$$

$$b = 2a \quad (\because b > a) \quad (5)$$



வினா இலக்கம் 4

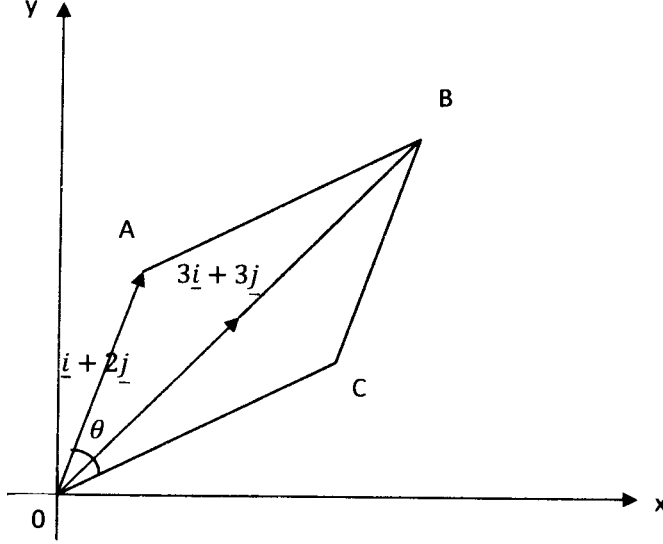
இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோரின் எண்ணிக்கை 88% ஆகும். மீள்தன்மை இழை மற்றும் இணைக்கப்பட்டுள்ள துணிக்கைக்கு சக்தி காப்பு விதியைப் பயன்படுத்துவது தொடர்பான அறிவைப் பரிசோதித்தல் இந்த வினாவின் மூலம் எதிர் பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 27% ஆகும்.

இழுக்கப்படும் இழையின் மீதுள்ள நிலைப்பண்புச் சக்தியில் காட்டுவதற்கு முடியாதிருந்த காரணத்தினால் இப்பிரசினத்திற்கு திருப்திகரமாக விடை எழுத முடியாது இருந்ததைக் காண முடிந்தது.

இழுக்கப்படும் இழையின் மீதுள்ள நிலைப்பண்புச் சக்தி தொடர்பான அறிவை வளர்க்கக் கூடியவாறான பயிற்சிகளைச் செய்வதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்த வேண்டும்.

வினா இலக்கம் 5

5. வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி  $O$  குறித்து  $A, B$  என்னும் இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே  $\underline{i} + 2\underline{j}$ ,  $3\underline{i} + 3\underline{j}$  எனக் கொள்வோம். அத்துடன்,  $C$  ஆனது  $OABC$  ஓர் இணைகரமாக இருக்கக்கூடியதாக உள்ள புள்ளியெனக் கொள்வோம்.  $\overrightarrow{OC} = 2\underline{i} + \underline{j}$  எனக் காட்டுக.  
 $\angle AOC = \theta$  எனக் கொள்வோம்.  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$  ஐக் கருதுவதன் மூலம்  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  எனக் காட்டுக.



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$= -(\underline{i} + 2\underline{j}) + (3\underline{i} + 3\underline{j})$$

$$= 2\underline{i} + \underline{j} \quad (5)$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}, \text{ என்றால் } \overrightarrow{OC} = 2\underline{i} + \underline{j} \text{ ஆகும். } (5)$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = (\underline{i} + 2\underline{j}) \cdot (2\underline{i} + \underline{j}) = 2 + 2 = 4 \quad (5)$$

$$|\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OC}| \cos \theta = 4 \quad (5)$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \cos \theta = 4$$

$$\cos \theta = \frac{4}{5} \quad (5)$$

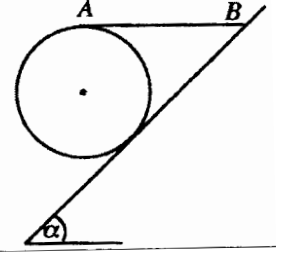
25

5 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடையளிக்க முயற்சித்தோரின் எண்ணிக்கை 85% இனர் மட்டுமேயாகும். காவிக்கூட்டல் மற்றும் குற்றுப் பெருக்கம் தொடர்பான அறிவைப் பரிசோதித்தல் இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதோடு அதன் இலகுதன்மை 39% ஆகும்.  $\underline{i}$  மற்றும்  $\underline{j}$  அலகுகளை காவிகளைக் கொண்டு புள்ளிகளின் அமைவை காவிக் கூற்றாக காட்டல் மற்றும் இரு காவிகளுக்கிடையிலான குற்றுப் பெருக்கத்தைச் சரியாக எடுக்காமையினால் அநேக பரீட்சார்த்திகள் திருப்பதிகரமான விடையை அண்மித்து இருக்கவில்லை.

காவிக் கூட்டல் விதி மற்றும் குற்றுப் பெருக்கத்தை இடுவதனால் பல்வேறு பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாமல் செய்ய முடியும்.

6. நிறை  $W$ வை உடைய ஒரு சீரான திண்மக் கோளம் உருவிற காணப்படுகின்றவாறு கோளத்தின் மிகவும் மேலேயுள்ள புள்ளி  $A$  யுடனும் கிடையுடன் கோணம்  $\alpha$  இற் சாய்ந்த ஒரு கரடான தளத்தின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளி  $B$  யுடனும் இணைக்கப்பட்ட ஓர் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையினால் தாங்கப்பட்டு அச்சாய்தளத்தின் மீது ஓய்வில் இருக்கின்றது. இழை  $AB$  கிடையாக இருக்கும்போது கோளம் எல்லை நாப்பத்தில் இருக்கின்றது. உராய்வுக் கோணம்  $\frac{\alpha}{2}$  எனக் காட்டி, இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.



கோளமானது எல்லை நாப்பத்தில்

இருப்பதால்  $OAC$  ஆனது

உராய்வுக்கோணமாகும். (5)

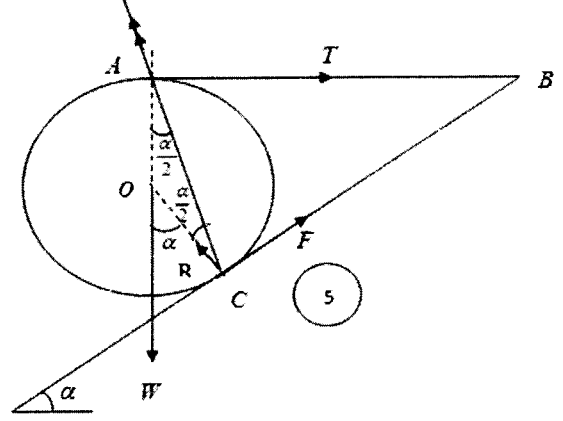
$\Delta OAC$  இல்  $O\hat{C}A = \alpha/2$  ஆகும். (5)

லாமியின் தேற்றப்படி,

$$\frac{T}{\sin(\pi - \alpha/2)} = \frac{W}{\sin(\pi/2 + \alpha/2)} \quad (5)$$

$$T = \frac{\sin \alpha/2}{\cos \alpha/2} \cdot W$$

$$= W \cdot \tan \alpha/2 \quad (5)$$



25

Aliter



$$W \sin \alpha = T(a + a \cos \alpha) \quad (5)$$

$$T = \frac{W \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{2W \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = W \tan \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

10

6 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 80%இனர் மட்டுமேயாகும். கரடான மேற்பரப்பு மற்றும் தளத்தில் காணப்படும் திண்மக்கோணத்தின் எல்லைச் சமநிலை தொடர்பான அறிவு இந்த வினாவில் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் இலகுதன்மை 22% ஆகும்.

சமநிலையான சந்தர்ப்பத்தின்போது சரியான விசைப்படத்தைக் கீறாமையினால் அதற்குக் கோட்பாடுகளை சரியாக பயன்படுத்துவதற்கு அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் சரியான விடையை அண்மிக்க முடியாததை காண முடிந்தது.

சரியான விசைப் படத்தை கீறுவதற்கும் அதற்கு ஏற்ப சரியான சமன்பாட்டை எழுதவும் பயிற்றுவிப்பதற்கும் அந்த பிரசினத்தை சரியான முறையில் செய்ய முடியும்.



7.  $A, B$  ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி  $\Omega$  இன் இரு நிகழ்ச்சிகளைக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில்  $P((A \cup B) \cap (A' \cup B')) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$  எனக் காட்டுக.

$$(A \cup B) \cap (A' \cup B') = [A \cap (A' \cup B')] \cup [B \cap (A' \cup B')]$$

10

$$= [(A' \cap A') \cup (A \cap B')] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')]$$

$$= [\emptyset \cup (A \cap B')] \cup [(B \cap A') \cup \emptyset]$$

$$= (A \cap B') \cup (B \cap A')$$

5

$$P[(A \cup B) \cap (A' \cup B')] = P(A \cap B') + P(B \cap A') \text{ (தம்முள் புறநீங்கலானவை ஆதலால்)}$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

5

$$[\because (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \quad \& \quad P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)]$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

5

25

$$P(A \cup B) \cap (A' \cup B') = P((A \cup B) \cap (A \cap B)')$$

5

$$= P(A \cup B) - P((A \cup B) \cap (A \cap B))$$

10

$$= P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

5

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

5

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

25

#### 7 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்தோர் 82% இனர் மட்டுமேயாகும். இரு நிகழ்ச்சிகளின் எழுமாறான நிகழ்தகவு தொடர்பான அறிவைப் பரிசோதிப்பது இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 18% ஆகும்.

சம்பவம் தொடர்பான தொடைகளை அட்சர கணித முறைகளைப் பொருத்தமாக பயன்படுத்தாமை மற்றும் சம்பவமொன்றின் நிகழ்தகவைச் சரியாக பிரகடனப்படுத்தாமைவினால் திருப்திகரமான விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது.

பல்வேறு சம்பவங்கள் தொடர்பான தொடைகளை அட்சரகணித முறைக்கு சரியாக பயன்படுத்துவதற்கு பயிற்றுவித்தல் மற்றும் நிகழ்தகவு தொடர்பான அடிப்படை தேற்றங்களைப் பயன்படுத்தி பிரச்சினை தீர்ப்பதற்கு ஈடுபடுத்துவதனால் திருப்திகரமான விடையைப் பெற முடியும்.

வினா இலக்கம் 8

8. ஒரு பையில் ஒரே பருமனை உடைய 6 சிவப்புப் பந்துகளும் 4 வெள்ளைப் பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து ஒரு தடவைக்கு ஒன்றாகப் பிரதிவைப்பு இல்லாமல் எழுமாற்றாக மூன்று பந்துகள் வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன. இரண்டாவது பந்து வெள்ளை எனத் தரப்படும்போது மூன்றாவது பந்து சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

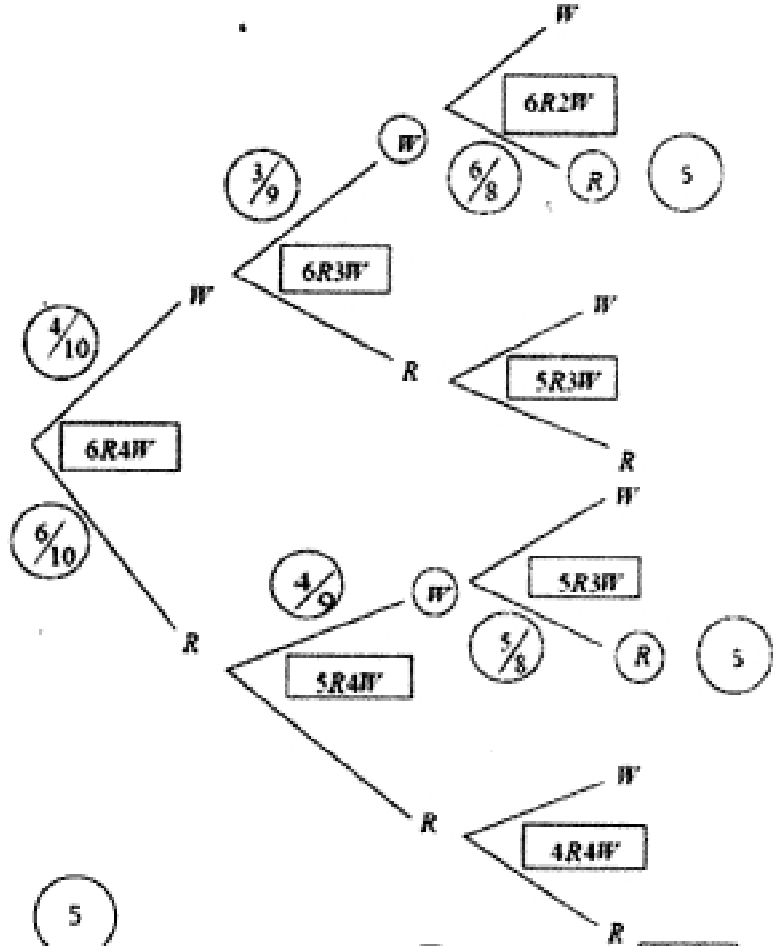
$$P(3^{rd} R / 2^{nd} W) = \frac{P(RWR) + P(WWR)}{P(2^{nd} W)} \quad (5)$$

$$= \frac{\frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8}}{\frac{6}{10} \times \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{9}} = \frac{2}{3} \quad (5)$$

25

மாற்று முறை:

R சிவப்பு W வெள்ளை



$$P(3^{rd} R / 2^{nd} W) = \frac{\frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{8}}{\frac{4}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \quad (5)$$

25

## 8 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 77% இனர் மட்டுமேயாகும். நிகழ்தகவைக் காண்பது தொடர்பான அறிவைச் சோதிப்பது இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுவன்மை 14% ஆகும்.

எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் படிமுறைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்போது தரப்பட்ட சம்பவத்தின் நிபந்தனை நிகழ்தகவைக் காண முடியாமையினால் சரியான விடையை அண்மிக்க முடியாதிருந்தது.

சம்பவம் ஒன்றின் நிகழ்தகவு மற்றும் நிபந்தனை நிகழ்தகவு தொடர்பான பல்வேறு வடிவிலான பயிற்சிகளில் மாணவர்களை ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

### வினா இலக்கம் 9

9. ஐந்து நோக்கல்களின் இடையும் இடையமும் முறையே 7, 9 ஆகும். நோக்கல்களின் ஒரே ஆகாரம் 11 ஆகும். நோக்கல்கள் எல்லாம் நேர் நிறையெண்களெனக் கொண்டு மிகப் பெரிய நோக்கலையும் மிகச் சிறிய நோக்கலையும் காண்க.

நோக்கல்களின் இடையம் 9 ஆகவும் ஒரே ஆகாரம் 11 ஆகவும் இருப்பதால்,

நோக்கல்களை பின்வருமாறு எழுதலாம்  $x, y, 9, 11, 11$   $x, y \in \mathbb{Z}^+$  10

நோக்கல்களின் இடை 7 ஆதலால்

$$\frac{x + y + 11}{5} = 7$$

$$\Rightarrow x + y = 4$$

$$\begin{cases} x \\ y \end{cases} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases} \text{ or } \begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases} \quad (\because \text{ஒரே ஆகாரம் } 11)$$

எனவே நோக்கல்கள் 1, 3, 9, 11, 11 ஆகும். 5

மிகப்பெரிய நோக்கல் = 11

மிகச்சிறிய நோக்கல் = 1

$$\begin{matrix} 5 \\ 5 \end{matrix}$$

25

## 9 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 72% இனர் மட்டுமேயாகும். திறந்த நியதியொன்றின் மையநாட்ட அளவை தொடர்பான அறிவைப் பரிசீலித்தல் இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. அதன் இலகுவன்மை 23% ஆகும்.

தரப்பட்ட தகவல்கள் மையநாட்ட அளவைகள் மற்றும் எடுகோள்களைக் கொண்டு எழுதியிராத காரணத்தினால் பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு முயற்சித்த அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் திருப்தியின்றி காணப்பட்டனர்.

மையநாட்ட அளவைகளைக் காண்பது தொடர்பாக அடிப்படை அறிவைப் பெற்றுக் கொள்ளும் முறையில் பல்வேறு பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கு மாணவர்களை பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 10

10. 100 நோக்கல்களின் பின்வரும் மீடறன் பரம்பலின் இடை 31.8 ஆகும்.

5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55
16	$x$	30	$y$	20

$x, y$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு, பரம்பலின் இடையத்தை மதிப்பிடுக.

$$10 \times 16 + 20 \times x + 30 \times 30 + 40 \times y + 50 \times 20 = 31.8 \times 100 \quad (5)$$

$$2x + 4y = 318 - 206 = 112$$

$$x + 2y = 56 \quad (1)$$

$$x + y + 66 = 100 \quad (5)$$

$$x + y = 34 \quad (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow x = 12, y = 22 \quad (5)$$

$$\text{பரம்பலின் இடையம்} = 25 + \frac{50-28}{30} \times 10 \quad (5)$$

$$= 25 + \frac{22}{3} = \frac{97}{3} \approx 32.33 \quad (5)$$

25

10 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினா கட்டாய வினாவாக இருப்பினும் விடை எழுத முயற்சித்தோர் 75% இனர் மட்டுமேயாகும். தரப்பட்ட கூட்டமாக்கப்பட்ட எண் பரம்பலில் தெரியாத எண்கள் மற்றும் பரம்பலினது இடையத்தை கணிப்பது இந்த வினாவின் மூலம் எதிர்பார்க்கப்படுவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 18% ஆகும்.

கூட்டல் எண் தொடரொன்று தொடர்பான சகல அவதானிப்புகளுக்கமையவும் கூற்றுக்களை பெற்றுக் கொள்வதற்கு முடியாமையினாலும் இடையத்திற்கான கூற்றை சரியான முறையில் பெற்றுக்கொள்ளாத காரணத்தினால் இந்தப் பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு முடியாது இருந்தது.

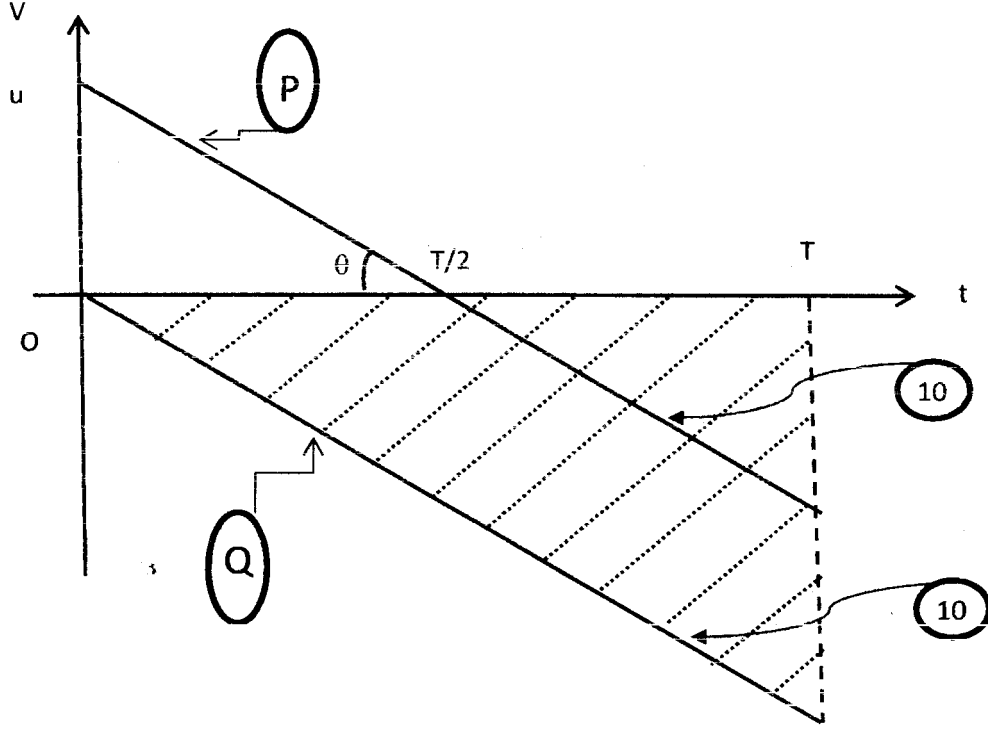
கூட்டமாக்கப்பட்ட எண் பரம்பலில் மொத்த அவதானிப்புகளை கணிப்பது  $\sum_{i=1}^n f_i x_i$  என்பதைப்

பயன்படுத்தி பலவகையான பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை தவிர்த்துக் கொள்ள முடியும்.

(10) இணைந்த கணிதம் பத்திரம் II - பகுதி B

வினா இலக்கம் 11

11. கிணாயின் கோணம்  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ) இல் சாய்ந்த ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான தளத்தின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளி  $O$  இல்  $P, Q$  என்னும் இரு துணிக்கைகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன.  $O$  வினாபாக உள்ள அதிபயர் சரிவுக் கோடு வழியே மேல்நோக்கித் துணிக்கை  $P$  யிற்ரு வேகம்  $u$  தரப்படுகின்றது. அதே கணத்தில் துணிக்கை  $Q$  ஆனது ஒப்பிலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் சாய்தளத்திலிருந்து விலகிச் செல்வதில்லைபெனக் கொண்டு  $P, Q$  ஆதிபவற்றின் இயக்கங்களுக்கான வேக-நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்திற் பருமடிபாக வரைக. இவ்வரைபுகளைப் பயன்படுத்தி, துணிக்கை  $P$  ஆனது புள்ளி  $O$  இற்குத் திரும்பி வரும் கணத்தில்



$$\tan \theta = g \sin \alpha = \frac{u}{T/2}$$

$$\therefore T = \frac{2u}{g \sin \alpha}$$

$P$  ஆனது  $O$  இற்கு திரும்பும் போது  $Q$  இன்  $O$  இல் இருந்தான தூரம் = நிழலிட்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \times T \times 2u = \frac{2u^2}{g \sin \alpha}$$

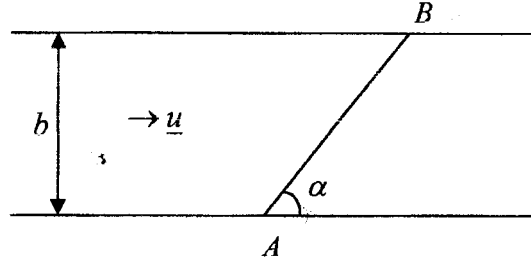
சமந்தரமான நேர்க்கரைகளை உடைய ஓர் ஆறு சீரான வேகம்  $u$  உடன் பாய்கின்றது.  $A, B$  என்னும் இரு புள்ளிகளில் ஒன்று ஒரு கரையிலும் மற்றையது மற்றைக் கரையிலும்,  $\vec{AB}$  ஆனது  $u$  உடன் ஒரு கூர்ங்கோணம்  $\alpha$ வை ஆக்குமாறு, உள்ளன. சிறுவன் ஒருவன்  $A$ யிலே தொடங்கி நீர் தொடர்பாக ஒரு நிலைத்த திசையில் பருமன்  $2u$ வை உடைய ஒரு மாறா வேகத்துடன் நீந்தி  $B$ யை அடைகின்றான்; இங்கு  $u = |\vec{u}|$ . அவன் பின்னர்  $B$ யிலே தொடங்கி  $A$ யிற்குத் திரும்பி வருவதற்கு நீர் தொடர்பாக ஒரு நிலைத்த திசையில் அதே பருமனுள்ள வேகம்  $2u$  உடன் நீந்துகின்றான்.  $A$ யிலிருந்து  $B$ யிற்கு உள்ள இயக்கத்திற்கும்  $B$ யிலிருந்து  $A$ யிற்கு உள்ள இயக்கத்திற்கும் வேக முக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்திற் பருமையாக வரைக.

இதிலிருந்து,  $A$ யிலிருந்து  $B$ யிற்கு உள்ள இயக்கத்திற்கும்  $B$ யிலிருந்து  $A$ யிற்கு உள்ள இயக்கத்திற்கும் நீர் தொடர்பாக அவனுடைய வேகம் முறையே  $\vec{AB}, \vec{BA}$  ஆகியவற்றுடன் ஒரே கோணம்  $\theta$ வை ஆக்க வேண்டுமெனக் காட்டுக; இங்கு  $\sin \theta = \frac{1}{2} \sin \alpha$ .

$B$ யிலிருந்து  $A$ யிற்கு நீந்துவதற்கு எடுத்த நேரமானது  $A$ யிலிருந்து  $B$ யிற்கு நீந்துவதற்கு எடுத்த

நேரத்தின்  $k$  ( $1 < k < 3$ ) மடங்கெனின்,  $\cos \theta = \frac{1}{2} \left( \frac{k+1}{k-1} \right) \cos \alpha$  எனக் காட்டுக.

$\sin \theta, \cos \theta$  ஆகியவற்றுக்கான மேற்குறித்த கோவைகளைப் பயன்படுத்தி  $\cos \alpha = \frac{(k-1)}{2} \sqrt{\frac{3}{k}}$  எனவும் காட்டுக.



ஆறு -  $W$ , சிறுவன் -  $B$ , பூமி -  $E$ .

$$\vec{V}_{(B,E)} = \vec{V}_{(B,W)} + \vec{V}_{(W,E)} \quad (5)$$

$$= \vec{V}_{(W,E)} + \vec{V}_{(B,W)}$$

$$= \vec{PQ} + \vec{QR}_i$$

$$= \vec{PR}_i$$

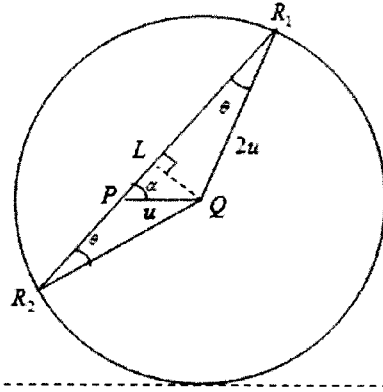
(5)

$i=1$

$i=2$

$$R_2R_1 \parallel AB$$

15



15

45

$$QL = 2u \sin \theta = u \sin \alpha$$

5

5

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \sin \alpha$$

10

$$PR_1 = 2u \cos \theta + u \cos \alpha$$

5

5

$$PR_2 = 2u \cos \theta - u \cos \alpha$$

$$T_1 = \frac{AB}{2u \cos \theta + u \cos \alpha}$$

5

5

$$T_2 = \frac{AB}{2u \cos \theta - u \cos \alpha}$$

$$T_2 = kT_1 \Rightarrow 2u \cos \theta + u \cos \alpha = k(2u \cos \theta - u \cos \alpha)$$

5

$$2(k-1) \cos \theta = (k+1) \cos \alpha$$

5

$$\therefore \cos \theta = \frac{1}{2} \left( \frac{k+1}{k-1} \right) \cos \alpha$$

30

$$\frac{1}{4} \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} \left( \frac{k+1}{k-1} \right)^2 \cos^2 \alpha = 1 \quad \left[ \because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \right]$$

5

$$\left[ \left( \frac{k+1}{k-1} \right)^2 - 1 \right] \cos^2 \alpha = 3$$

5

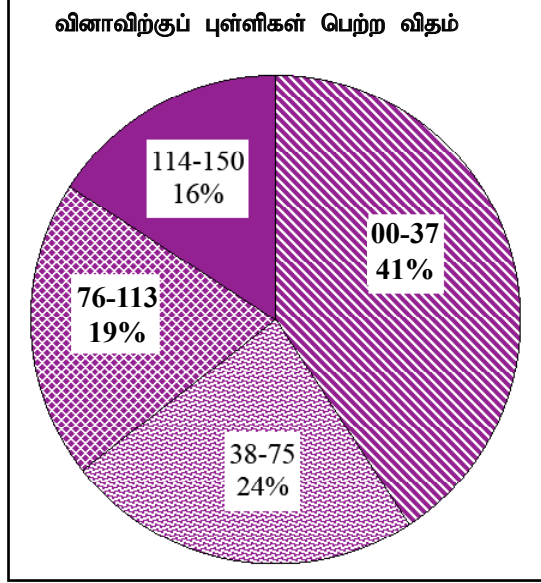
$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{3(k-1)^2}{4k}$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{k-1}{2} \sqrt{\frac{3}{k}}$$

5

15

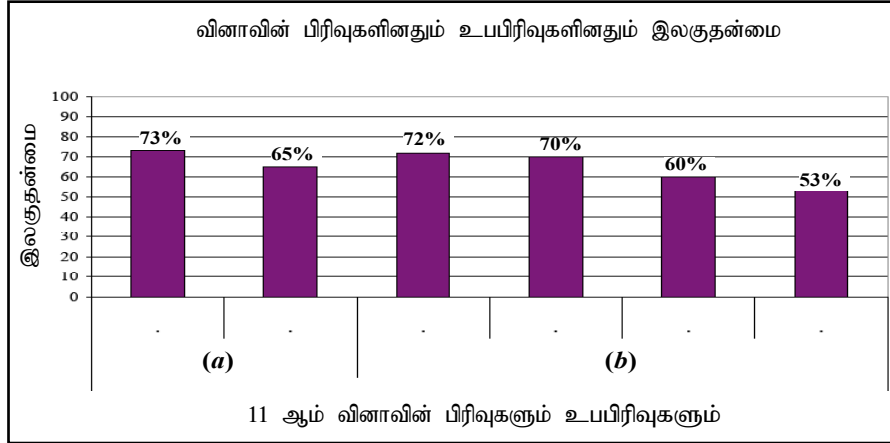
11 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவைத் தெரிவுசெய்திருந்த பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 72% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 66% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

அதில்,

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 41% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 24% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 19% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 16% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி 6 உப பகுதிகளைக் கொண்டது. அதிக இலகுதன்மையை பகுதி (a) இன் முதலாம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 73% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (b) இன் இறுதி உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும்.

பரீட்சார்த்திகளுள் 72% ஆனோர் இந்த வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 66% ஆகும். இந்த வினா (a) மற்றும் (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (a) ஆனது வேக-நேர வரைபை அடிப்படையாகக் கொண்டும் பகுதி (b) ஆனது சார்பு வேகப் பகுதியையும் அடிப்படையாகக் கொண்டும் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளன. பகுதி (a) இன் இலகுதன்மை 68% உம் பகுதி (b) இன் இலகுதன்மை 65% உம் ஆகும்.

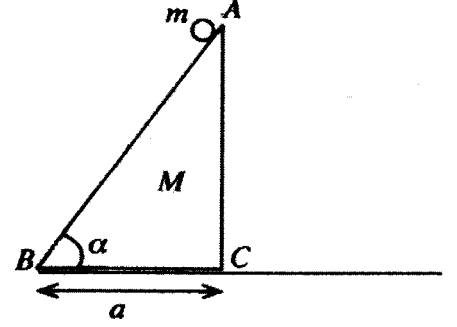
பகுதி (a) யானது இரு உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (a) இன் முதலாவது உபபகுதிக்கு திருப்பதிகரமாக விடை எழுதியிருப்பினும் இரண்டாவது உபபகுதிக்கு விடையளித்திருந்தமை அவ்வளவு திருப்பதிகரமான மட்டத்தில் காணப்படவில்லை. அதற்கு காரணமாவது வேக நேர வரைபை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணிப்பீடு செய்வதற்கு முடியாது இருந்தனர்.

பகுதி (b) ஆனது நான்கு உபபகுதிகளைக் கொண்டது. இந்த வினாவிற்கு உரிய வேக முக்கோணியைக் கீறுதல் மற்றும் “ $\theta$ ” கோணத்தை சரியாக குறிப்பதில் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளுக்கு முடியாது இருந்தமையினால் திருப்பதிகரமான விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது. இந்தக் காரணத்தினால் எஞ்சிய பகுதிகளுக்கு விடையளிப்பது பின்தங்கிய மட்டத்தில் காணப்பட்டது.

தரப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு வேக-நேர வரைபைச் சரியாகக் கீறுவதற்கும் அதன் பண்புகளை அறிந்து கொள்வதற்கும் அதற்குரிய கணிப்பீட்டிற்காகப் பயன்படுத்துவதற்கு பயிற்சியளிக்கப் பயன்படுத்துவதற்கு பயிற்றுவிக்க வேண்டும். சார்பு இயக்கத்திலேயே பிரசினத்தை தீர்க்கும்போது சரியான வேக முக்கோணியைக் கீறி உரிய கணிப்புகளை செய்வதற்கு ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

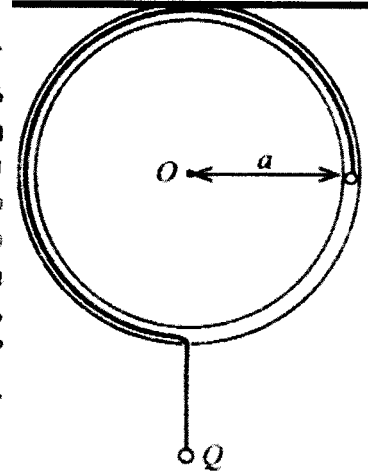


- 12 (a) தரப்பட்டுள்ள உருவில் உள்ள முக்கோணி ABC ஆனது திணிவு  $M$  ஐ உடைய ஒரு கிரான ஒப்பமான ஆப்பின் பின்புறம் மையத்திலுடாக உள்ள ஒரு நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டை வகைகுறிக்கின்றது. கோடு AB ஆனது அதனைக் கொண்ட முகத்தின் ஓர் அதியுயர் சரிவுக் கோடாக இருக்கும் அதே வேளை  $\angle ABC = \alpha$ ,  $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ ,  $BC = a$  ஆகும். BC பைக் கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தில் இருக்குமாறு ஆப்பு வைக்கப்பட்டுள்ளது. திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை கோடு AB மீது புள்ளி A யில் மெதுவாக வைக்கப்பட்டு ஒய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை ஆப்பிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வரைக்கும் ஆப்பின் ஆர்முடுகல்  $\frac{mgsin\alpha \cos\alpha}{M + msin^2\alpha}$  எனக் காட்டி, ஆப்பு தொடர்பாகத் துணிக்கையின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

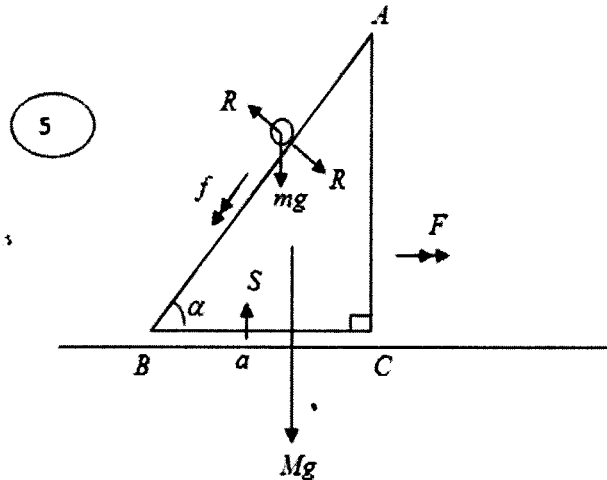



இப்போது  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  எனவும்  $M = \frac{5m}{2}$  எனவும் கொள்க. துணிக்கை ஆப்பிலிருந்து விலகிச் செல்லும் கணத்தில் ஆப்பின் கதி  $\sqrt{\frac{2ag}{21}}$  எனக் காட்டுக.

- b) ஆரை  $a$  ஐயும் மையம்  $O$  யையும் உடைய ஓர் ஒடுக்கமான ஒப்பமான வட்டக் குழாய் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.  $\frac{3\pi a}{2}$  இலும் கூடுதலான நீளமுள்ள ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனியானது குழாயினுள்ளே  $OP$  கிடையாக இருக்குமாறு தாங்கப்படும் திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை  $P$  உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை குழாயினுடாகவும் குழாயின் மிகவும் தாழ்ந்த புள்ளியில் உள்ள ஒரு சிறிய ஒப்பமான துவாரத்தினுடாகவும் உருவிற காணப்படுகின்றவாறு சென்று, மற்றைய நுனியில் திணிவு  $2m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை  $Q$  வைக் காவுகின்றது. இழை இறுக்கமாக இருக்க மேற்குறித்த தானத்திலிருந்து ஒய்விலிருந்து துணிக்கை  $P$  விடுவிக்கப்படுகின்றது. சக்திக் காப்புக் கோட்பாட்டைப் பிரயோகித்து,  $OP$  ஒரு கோணம்  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ) இனுடாகத் திரும்பும்போது துணிக்கை  $P$  யின் கதி  $v$  ஆனது  $v^2 = \frac{2ga}{3}(2\theta - \sin\theta)$  இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டி, குழாயிலிருந்து துணிக்கை  $P$  மீது உள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

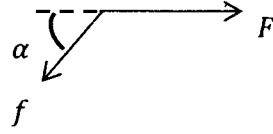


12 (a)



$a(M, E) = \rightarrow F$ ,  $a(m, M) = f$  என்க. 

$\therefore a(m, E) =$



(10)

$F = ma$  : பிரயோகிக்க:

தொகுதிக்கு  $\rightarrow 0 = MF + m(F - f \cos \alpha)$  ----- (i) (15)

(m) க்கு  $mg \sin \alpha = m(f - F \cos \alpha)$  ----- (ii) (15)

$$(i) \Rightarrow f = \frac{(m+M)F}{m \cos \alpha}$$

$$(ii) \Rightarrow g \sin \alpha = \frac{(m+M)F}{m \cos \alpha} - F \cos \alpha$$

$$mg \sin \alpha \cos \alpha = (M + m - m \cos^2 \alpha)F$$

$$\therefore F = \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \quad (10)$$

$$f = \frac{(M+m) mg \sin \alpha \cos \alpha}{m \cos \alpha M + m \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{(M+m)g \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \quad (10)$$

70

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, M = \frac{5m}{2} \text{ ஆகும் போது } F = \frac{mg \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{5m}{2} + \frac{m}{2}} = \frac{g}{6}$$

$$f = \frac{\frac{7m}{2} g \frac{1}{\sqrt{2}}}{3m} = \frac{7g}{6\sqrt{2}} \quad (5)$$

துணிக்கையின் (m) ஆப்பு சார்பான இயக்கத்துக்கு  $s = ut + \frac{1}{2}(acc)t^2$  ஐ பிரயோகிக்க.

$$\leftarrow u = 0, acc = f \cos \alpha, s = a, t = T$$

$$a = \frac{1}{2} \cdot \frac{7g}{6\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} T^2 \quad (5)$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{24a}{7g}} \quad (5)$$

ஆப்பிள் பூமி சார்பான இயக்கத்திற்கு  $v = u + (acc)t$  ஐ பிரயோகிக்க.

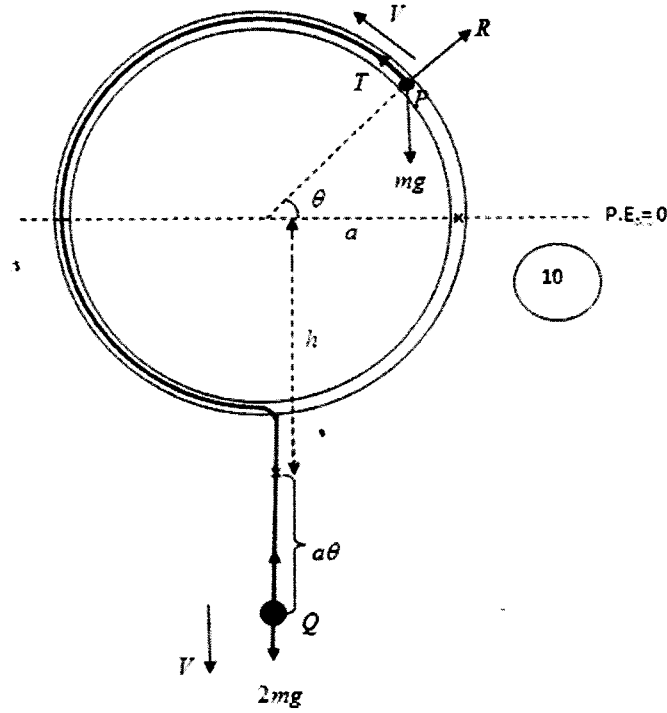
$$\rightarrow u = 0, a = \frac{g}{6}, t = T, v = V.$$

$$v = \frac{g}{6} \sqrt{\frac{24a}{7g}} = \sqrt{\frac{24ag^2}{36 \times 7g}} = \sqrt{\frac{2ga}{21}}$$

(5)

20

12. (b)



சக்திக்காப்பு கோட்பாட்டின் படி

$$\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}(2m)V^2 + mga \sin \theta - 2mg(a\theta + h) = -2mgh$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}V^2 = 2ag\theta - ga \sin \theta \Rightarrow V^2 = \frac{2}{3}ga(2\theta - \sin \theta)$$

K.E :- (5)

P.E :- (15)

Equation: (5)

40

துணிக்கை P க்கு  $\underline{F} = m\underline{a} \Rightarrow$

$$mg \sin \theta - R = \frac{mV^2}{a}$$

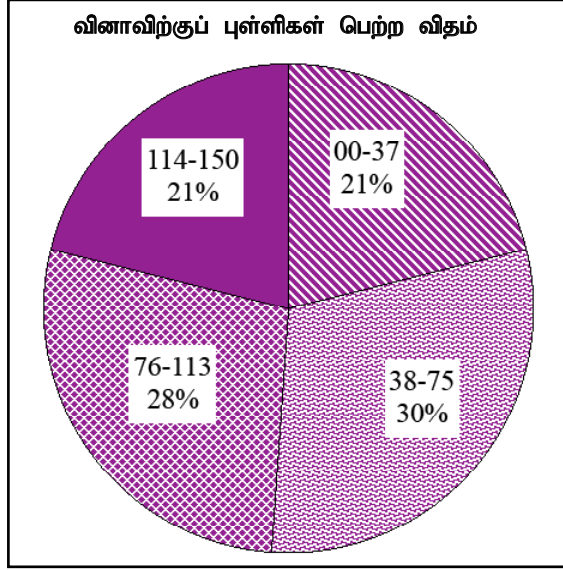
$$R = mg \sin \theta - \frac{2mg}{3}(2\theta - \sin \theta)$$

$$= \frac{mg}{3}[3 \sin \theta - 4\theta + 2 \sin \theta]$$

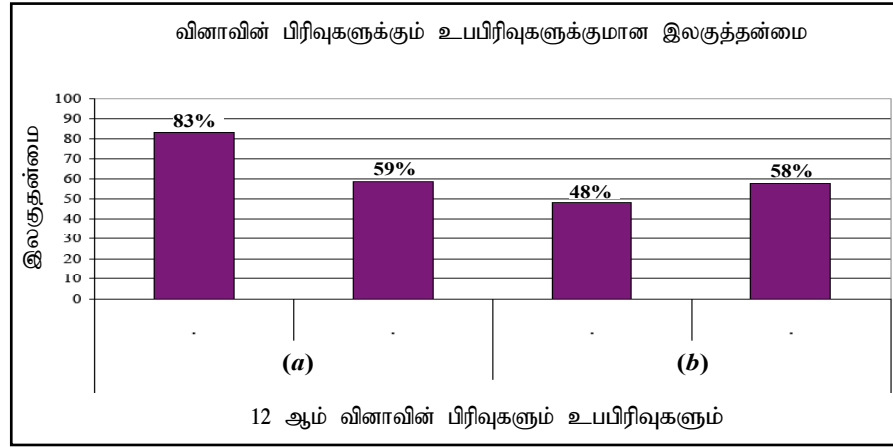
$$= \frac{mg}{3}[5 \sin \theta - 4\theta]$$

20

12 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 97% ஆவதுடன் அதன் இலகூதன்மை 67% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதில்,  
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 21% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 30% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 28% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 21% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி 4 உப பகுதிகளைக் கொண்டது. அதிக இலகூதன்மையை பகுதி (a) இன் முதலாம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகூதன்மை 83% ஆகும். குறைந்த இலகூதன்மையை பகுதி (b) இன் முதலாம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகூதன்மை 48% ஆகும்.

பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினராக 97% ஆனோர் இந்த வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகூதன்மை 67% ஆகும். இந்த வினா (a) மற்றும் (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டதுடன் பகுதி (a) ஆனது சார்பு ஆர்முடுகளின் கீழே ஆப்பின்மீது துணிக்கையின் இயக்கம் (b) பகுதியிலேயே நிலைக்குத்து கட்டத்தைச் சுற்றி துணிக்கையின் இயக்கம் என்ற அலகுகளின் கீழே தயாரிக்கப்பட்ட வினாவாகும். (a) இனது இலகூதன்மை 78% ஆவதுடன் (b) இனது இலகூதன்மை 51% ஆகும்.

(a) இன் கீழே இரு உபபகுதிகள் உள்ளதுடன் முதலாவது உபபகுதிக்கு திருப்திகரமான விடை எழுதியிருந்தனர். இரண்டாவது உபபகுதிக்காக அனேகமான பரீட்சார்த்திகளை திருப்பதிகரமாக விடையளிப்பதற்கு முடியாது இருந்தது. இயக்க சமன்பாடுகளைச் சரியாக பயன்படுத்தாமை அதற்குக் காரணமாக அமைந்திருந்தது.

(b) யிலே இரு உபபகுதிகள் உள்ளதுடன் முதலாவது உப பகுதியிலே துணிக்கை P யினது கோண இயக்கத்துக்கேற்ப துணிக்கையின் Q நிலைக்குத்து இயக்கத்தை தீர்மானிப்பதற்கு முடியாமையினால் சக்திகாப்பு விதியை சரியாகப் பயன்படுத்துவதற்கு முடியாத காரணத்தினால் இந்தப் பகுதிக்கு அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருக்கவில்லை.

மொத்த பிரசினத்தையும் கருதும்போது  $F = ma$  என்ற இயக்க சமன்பாடு மற்றும் சக்திகாப்பு விதியை பயன்படுத்தக் கூடியவாறான பயிற்சிகளை செய்வதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

13. இயற்கை நீளம்  $4a$  யையும் மீள்தன்மை மட்டு  $8mg$  ஐயும் உடைய ஒரு மெல்லிய இலேசான மீள்தன்மை வில் அதன் தாழ்ந்த நிலை  $O$  நிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்க நிலைக்குத்தாக நிற்கின்றது. திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை  $P$  அதன் மேல் நுனியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை  $P$  ஆனது  $O$  இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உள்ள ஒரு புள்ளி  $A$  யிலே நாய்ப்பத்தில் உள்ளது.  $OA = \frac{7a}{2}$  எனக் காட்டுக.

இப்போது அதே திணிவு  $m$  ஐ உடைய வேறொரு துணிக்கை  $Q$  ஆனது  $P$  உடன் மெதுவாக இணைக்கப்பட்டு, சேர்த்தித் துணிக்கை  $A$  யிலே ஒய்விலிருந்து இயங்கத் தொடங்குகின்றது. சேர்த்தித் துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடு  $\ddot{x} = -\frac{g}{a}x$  எனக் காட்டுக; இங்கு  $OB = 3a$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக  $O$  இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உள்ள புள்ளி  $B$  யிலிருந்து சேர்த்தித் துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி  $x$  ஆகும்.

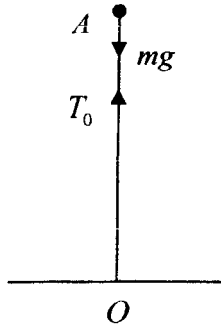
சேர்த்தித் துணிக்கையினால் அடையப்பட்ட மிகவும் தாழ்ந்த புள்ளி  $C$  எனக் கொள்வோம். நீளம்  $OC$  யையும்  $A$  யிலிருந்து  $C$  யிற்கு இயங்குவதற்குச் சேர்த்தித் துணிக்கை எடுத்த நேரத்தையும் காண்க.

சேர்த்தித் துணிக்கை  $C$  யில் இருக்கும் கணத்தில் துணிக்கை  $Q$  மெதுவாக அகற்றப்படுகின்றது. பின்னர் நிகழும் துணிக்கை  $P$  யின் இயக்கத்திற்கு இயக்கச் சமன்பாடு  $\ddot{y} = -\frac{2g}{a}y$  எனக் காட்டுக; இங்கு  $y$  ஆனது புள்ளி  $A$  யிலிருந்து துணிக்கை  $P$  யின் இடப்பெயர்ச்சியாகும்.

இச்சமன்பாட்டிற்கு வடிவம்  $y = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$  யில் ஒரு திரிவைக் கருதிக் கொண்டு  $\alpha, \beta, \omega$  ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து,  $C$  யிலிருந்து  $D$  யிற்கு இயங்குவதற்கு துணிக்கை  $P$  எடுத்த நேரம்  $\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{2a}{g}}$  எனக் காட்டுக; இங்கு  $D$  ஆனது  $OD = 4a$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக  $O$  இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உள்ள புள்ளியாகும்.

அத்துடன்  $D$  யை அடையும்போது துணிக்கை  $P$  யின் கதியையும் காண்க.

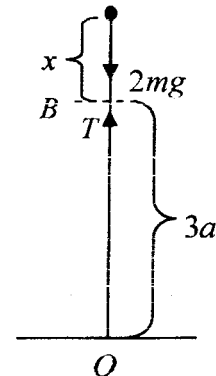


$$\begin{aligned} \text{சமநிலைக்கு } T_0 &= mg \quad (5) \\ T_0 &= \frac{8mg}{4a}(4a - OA) \quad (5) \\ \frac{8mg}{4a}(4a - OA) &= mg \\ (5) \quad 8a - 2(OA) &= a \Rightarrow OA = \frac{7a}{2} \end{aligned}$$

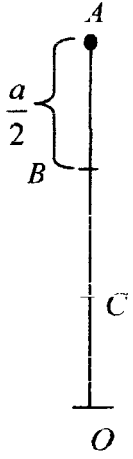
15

சேர்ந்த துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கு

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= m\ddot{a} \quad (10) \\ T - 2mg &= 2m\ddot{x} \\ \frac{8mg}{4a}(a - x) - 2mg &= 2m\ddot{x} \quad (5) \\ \Rightarrow \ddot{x} &= -\frac{g}{a}x \quad (5) \end{aligned}$$



20



இந்த எளிய இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையம் B,  $OB = 3a$ .

∴ வீச்சம்  $= AB = \frac{a}{2}$ , அலைவுகாலம்  $= \frac{2\pi}{\sqrt{g/a}}$  (5)

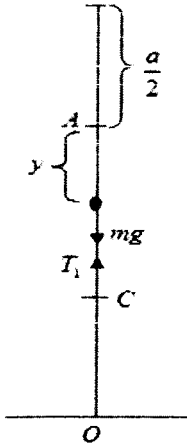
எனின்,  $BC = \frac{a}{2}$  (5)

$OC = OB - BC = 3a - \frac{a}{2} = \frac{5a}{2}$  (5)

A இல் இருந்து C க்கான இயக்கத்துக்கு எடுத்தநேரம்

$= \frac{1}{2} \times \text{அலைவுகாலம்} = \pi \sqrt{\frac{a}{g}}$  (5)

30



துணிக்கை P க்கு  $\uparrow F = ma$   
 $-T_1 + mg = m\ddot{y}$  (10)

$-\frac{8mg}{4a} \left( y + \frac{a}{2} \right) + mg = m\ddot{y}$  (5)

சுருக்கலுக்கு - (5)

$\ddot{y} = -\frac{2g}{a}y$  ..... (i)

20

$y = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$  ..... (ii) (5)

$\dot{y} = -\alpha \omega \sin \omega t + \beta \omega \cos \omega t$  (5)

$\ddot{y} = -\omega^2 (\alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t)$  (5)

$= -\omega^2 y$  (5)

Comparing with (i)  $\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}$  (5)

$t = 0$  இல் துணிக்கை P ஆனது C இல் உள்ளது என்க.

∴  $t = 0$  இல்,  $y = AC = a$  (5)

(ii)  $\Rightarrow a = \alpha$  (5)

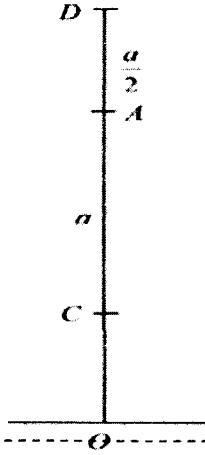
$t = 0$  இல்,  $\dot{y} = 0$  ஆகும். (5)

$0 = \beta \omega$   
 $\Rightarrow \beta = 0$  (5)

∴  $y = a \cos \omega t$

40

துணிக்கை C இல் இருந்து D இற்கு செல்ல எடுத்த நேரம்  $t_1$  என்க.



எனின்,  $t = t_1$  இல்,  $y = -a/2$

$$-\frac{a}{2} = a \cos \omega t_1 \quad (5)$$

$$\omega t_1 = \frac{2\pi}{3} \quad (5)$$

$$\therefore t_1 = \frac{2\pi}{3} \cdot \sqrt{\frac{a}{2g}} = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{2a}{g}} \quad (5)$$

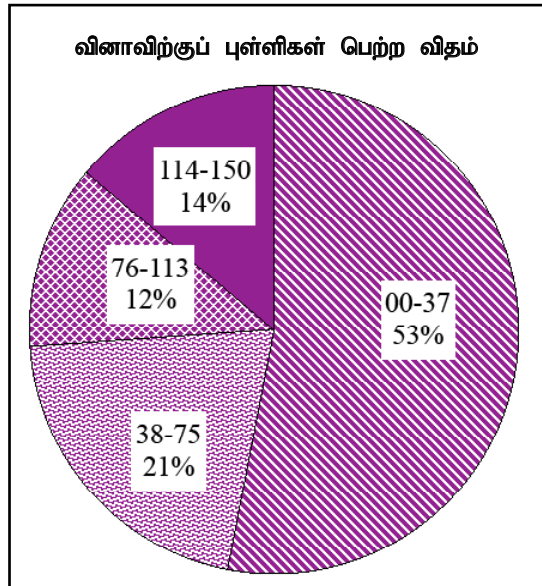
15

$$\dot{y} = -a\omega \sin \omega t_1 = -a\sqrt{\frac{2g}{a}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{\frac{3ga}{2}} \quad (5)$$

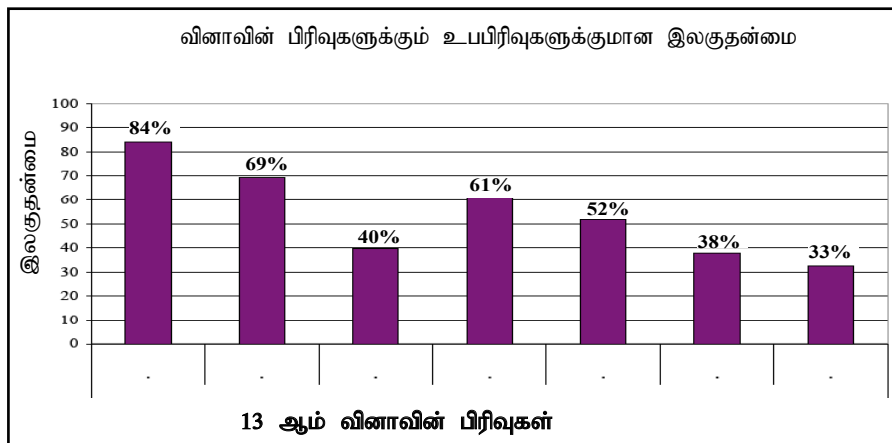
(  $t = t_1$  இல் துணிக்கை D இல்)  $\therefore D$  இல்துணிக்கையின் கதி  $= \sqrt{\frac{3ga}{2}} \quad (5)$

10

13 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 72% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதில்  
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 53% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 21% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 12% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 14% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி 7 உப பகுதிகளைக் கொண்டது. அதிக இலகுதன்மையை முதலாம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 84% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை இறுதி உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 33% ஆகும்.

பரீட்சார்த்திகளுள் 72%இனர் இந்த வினாவைத் தெரிவு செய்து இருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 53% ஆகும். “எளிமை இசை இயக்கம்” என்ற அலகில் தயாரிக்கப்பட்ட இந்த வினாவானது 7 உபபகுதிகளைக் கொண்டது. பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவானோர் இந்த முதலாவது, இரண்டாவது மற்றும் நான்காவது பகுதிகளுக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதி இருந்ததுடன் எஞ்சிய பகுதிகளின் இலகுதன்மை 33%, 52% இற்கு இடையில் காணப்படுகின்றது.

அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளினால் முன்றாவது பகுதியில் இயக்க மையத்தை சரியாக இனங்காணாமையினால் விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது. மேலும்  $y = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$  என்ற சமன்பாட்டை சரியாகப் பயன்படுத்தாமையினால் எஞ்சிய பகுதிகளுக்கும் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருக்கவில்லை.

எளிமை இசை இயக்கத்தின் கீழே பிரசினத்தைத் தீர்க்கும்போது பொறிமுறைக்குப் பயிற்றப்படுவதை கைவிடுமாறு பிரசினங்களை சரியான முறையில் வாசித்து விளங்கிக் கொண்டு கட்டமைக்கப்பட்ட வினாக்களைத் தீர்ப்பதற்கு ஈடுபடுத்துவதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

**வினா இலக்கம் 14**

14 (a)  $ABCD$  ஆனது  $DC = \frac{1}{2}AB$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள ஒரு சரிவகமெனக் கொள்வோம். அத்துடன்  $\vec{AB} = \mathbf{p}$  எனவும்  $\vec{AD} = \mathbf{q}$  எனவும் கொள்வோம். புள்ளி  $E$  ஆனது  $BC$  மீது,  $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக, உள்ளது.  $AE$  யினதும்  $BD$  யினதும் வெட்டுப் புள்ளி  $F$  ஆனது  $\vec{BF} = \lambda \vec{BD}$  ஐத் திருப்தியாக்குகின்றது; இங்கு  $\lambda (0 < \lambda < 1)$  ஒரு மாறிலி.  $\vec{AE} = \frac{5}{6}\mathbf{p} + \frac{1}{3}\mathbf{q}$  எனவும்  $\vec{AF} = (1 - \lambda)\mathbf{p} + \lambda\mathbf{q}$  எனவும் காட்டுக. இதிலிருந்து,  $\lambda$  வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

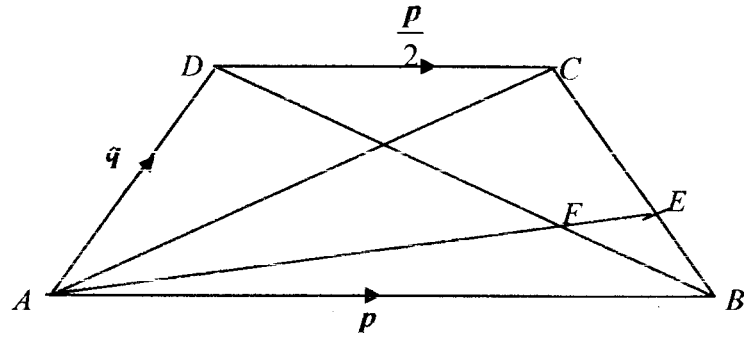
(b)  $ABCD$  ஆனது பக்கம்  $a$  மீற்றரை உடைய ஒரு சதுரமெனக் கொள்வோம்.  $AD, CD, AC, BD, AB, CB$  ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்து ஒழுங்குமுறையினால் காட்டப்படும் திசைகளில் முறையே 4,  $6\sqrt{2}$ , 8, 10,  $X, Y$  நியூற்றன் பருமன் உள்ள விசைகள் முறையே தாக்குகின்றன. இத்தொகுதி  $\vec{OE}$  வழியே தாக்கும் ஒரு தனி விளையுளாக ஒடுங்குகின்றது; இங்கு  $O, E$  ஆகியன முறையே  $AC, CD$  ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகளாகும்.  $X, Y$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு, விளையுளின் பருமன்  $4K$  நியூற்றன் எனக் காட்டுக; இங்கு  $K = 2 - \sqrt{2}$ .

$F$  ஆனது  $OAFD$  ஒரு சதுரமாக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளியெனக் கொள்வோம். மேற்குறித்த விசைத் தொகுதிக்குச் சமவலுவானவையும் ஒன்று  $\vec{AD}$  வழியே உள்ளதும் மற்றையது புள்ளி  $F$  இனாக உள்ளதுமான இரு விசைகளைக் காண்க.

விசைகளின் தளத்தில் போக்கு  $ABCD$  யில் தாக்கும் திருப்பம்  $6Ka$  நியூற்றன் மீற்றரை உடைய ஓர் இணை தொடக்கத் தொகுதியுடன் சேர்க்கப்படுகின்றது. புதிய தொகுதியின் விளையுளின் தாக்கக் கோட்டினைக் காண்க.



14 (a)



$$\begin{aligned} \vec{AC} &= \vec{AD} + \vec{DC} = q + \frac{p}{2} \\ \vec{BC} &= \vec{BA} + \vec{AC} = -p + \left(q + \frac{p}{2}\right) \\ &= q - \frac{p}{2} \\ \therefore \vec{BE} &= \frac{q}{3} - \frac{p}{6} \\ \vec{AE} &= \vec{AB} + \vec{BE} = p + \left(\frac{q}{3} - \frac{p}{6}\right) = \frac{5p}{6} + \frac{q}{3} \end{aligned}$$

40

$$\begin{aligned} \vec{AF} &= \vec{AB} + \vec{BF} \\ &= p + \lambda \vec{BD} \\ &= p + \lambda(q - p) = (1 - \lambda)p + \lambda q \end{aligned}$$

10

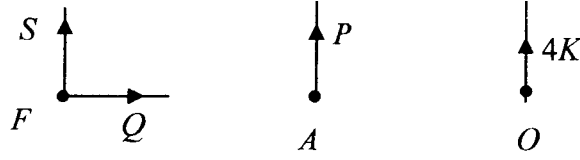
$$\vec{AF} = k\vec{AE}$$

$$(1 - \lambda)p + \lambda q = \frac{k}{6}[5p + 2q]$$

$$\left. \begin{aligned} 1 - \lambda &= \frac{5k}{6} \\ \lambda &= \frac{2k}{6} \end{aligned} \right\} k = \frac{6}{7} \therefore \lambda = \frac{2}{7}$$

25





$$\rightarrow Q = 0$$

$$\uparrow P + S = 4k \quad (5)$$

$$F \nearrow 4K \times \sqrt{2}a = P \times \frac{\sqrt{2}a}{2} \quad (5)$$

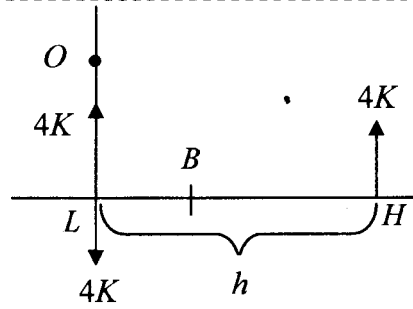
$$\Rightarrow P = 8K \text{ N} \quad (5)$$

$$\therefore S = -4K \quad (5)$$

$\therefore F$  இல் விசை  $F = 4k \text{ N}$   $\downarrow$  // DA

$\overline{AD}$  வழியே விசை  $= 8K \text{ N}$   $\uparrow$

20



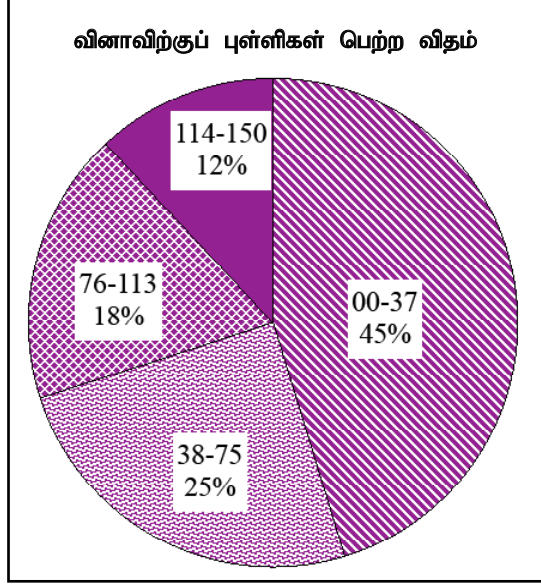
$$O \curvearrowright 4Kh = 6Ka \quad (5)$$

$$\Rightarrow h = \frac{3a}{2} \text{ m}$$

புதிய தொகுதியில் விளையுளின் தாக்கக் கோடானது BC இற்கு சமாந்தரமாக நீட்டப்பட்ட AB இல் B யில் இருந்து  $a$  தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி H வழியே இருக்கும்.

10

14 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



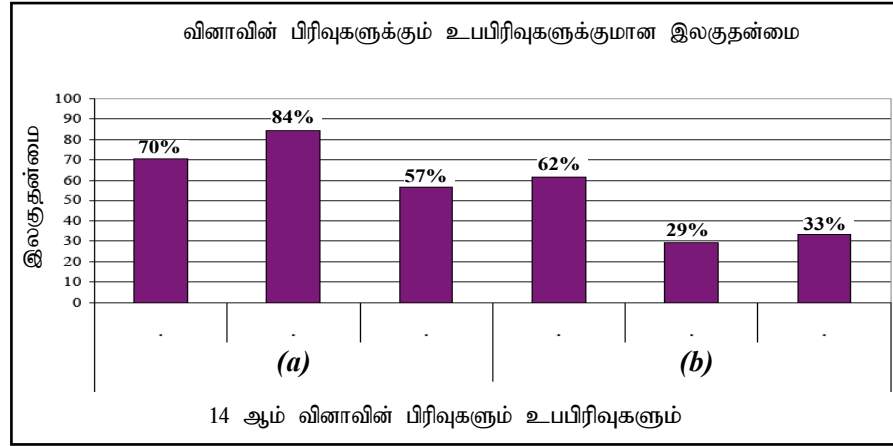
இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 78% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 58% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதில்

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 45% இனரும்

38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 25% இனரும்

76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 18% இனரும்

114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 12% இனரும் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி ஆறு உப பகுதிகளைக் கொண்டது. அதிக இலகுதன்மையை பகுதி (a) இன் இரண்டாம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 84% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (b) இன் இரண்டாவது உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 29% ஆகும்.

பரீட்சார்த்திகளில் 78% இனர் இந்த வினாவைத் தெரிவுசெய்து இருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 58% ஆகும். இந்த வினா (a), (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் பகுதி (a)யின் காவிகளின் அட்சரங்களின் மீது மூன்று உபபகுதிகளையும் (b) பகுதிக்கு ஒருதள விசைத் தொகுதியின் கீழே மூன்று உபபகுதிகளும் தரப்பட்டுள்ளன. பகுதி (a) இன் இலகுதன்மை 68% ஆவதுடன் பகுதி (b) இன் இலகுதன்மை 49% ஆகும்.

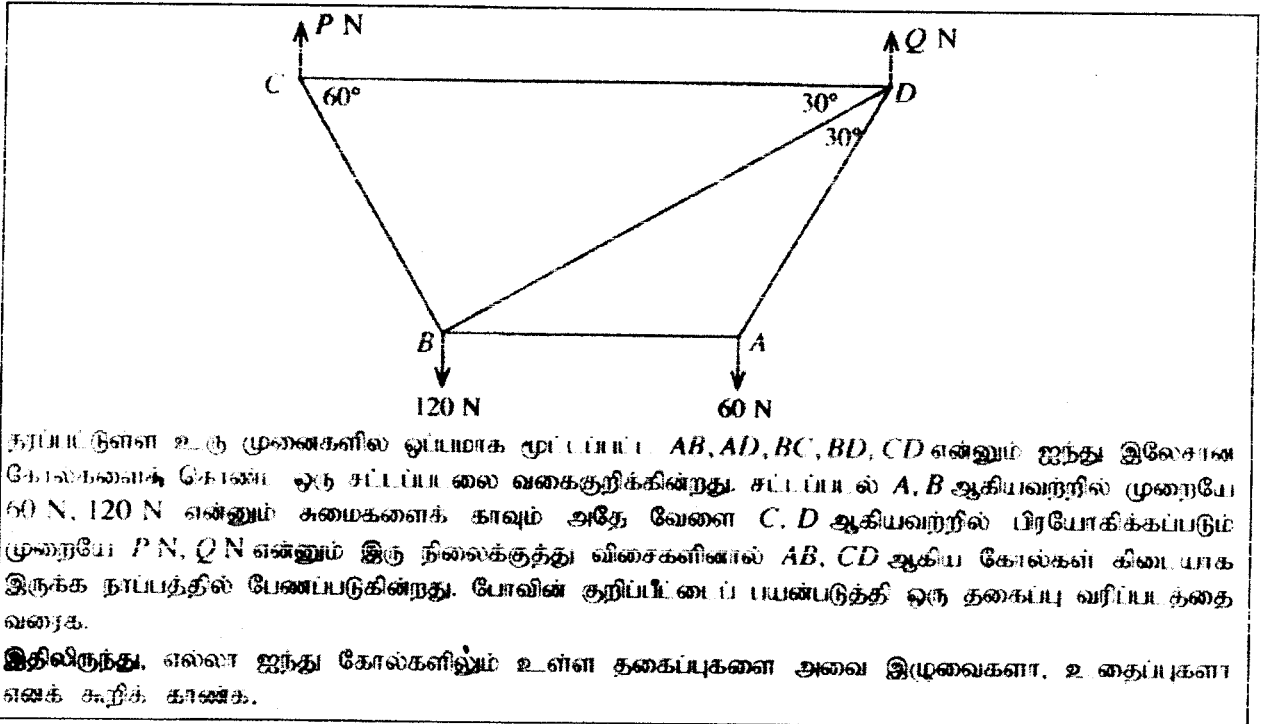
(a) யிலே முதலாவது மற்றும் இரண்டாவது உபபகுதிகளுக்கு திருப்பதிகரமாக விடை எழுதியிருப்பினும் மூன்றாவது உபபகுதிக்கு அந்தளவு திருப்பதிகரமாக விடை எழுதி இருக்கவில்லை.

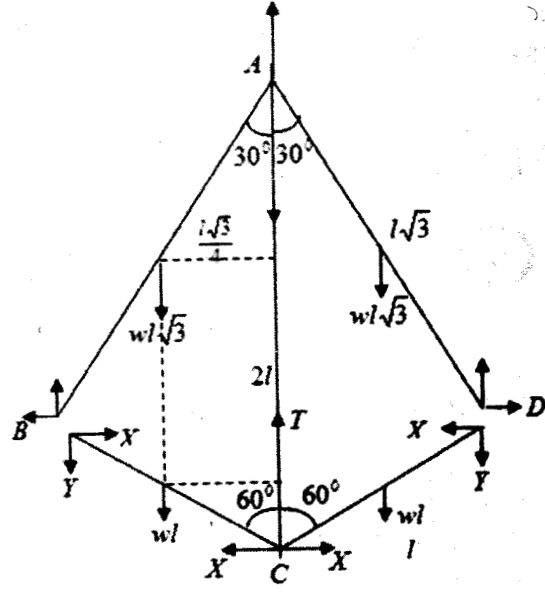
(b) யின் முதலாவது உபபகுதிக்கு விடை எழுதியது ஓரளவு திருப்தியாயிருப்பினும் இரண்டாம் உபபகுதிக்கு விடை எழுதுவதற்கு தேவையான விசைகளைக் குறிப்பது சரியாகச் செய்யாமையினால் விடைகள் திருப்தியற்று இருந்தன. மூன்றாவது உபபகுதியில் வினாவை வாசித்து விளங்கிக் கொள்ளாமையினால் பரீட்சார்த்திகளில் அநேகமானோருக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுத முடியாதிருந்தது.

காவி அட்சரங்களைச் சரியாக கூட்டல்கள் சரியாக தொடர்பாகுமாறு பல்வேறு பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்குப் பயிற்றுவிப்பதும் ஒரேதள விசைத் தொகுதிகளை விசைகள் மற்றும் விசைத்தொகுதிகள் உள்ளடங்குமாறு பல்வேறு பயிற்சிகளில் தொடர்ந்து ஈடுபடுவதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

ஒவ்வொன்றும் அலகு நீளத்திற்கு நிறை  $w$  வை உடைய,  $AB = AD = 1/\sqrt{3}$  ஆகவும்  $BC = DC = 1$  ஆகவும் உள்ள  $AB, BC, CD, DA$  என்னும் நான்கு சீரான கோல்கள் ஒரு சட்டப்படல்  $ABCD$  யை ஆக்குமாறு அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. நீளம்  $2l$  ஐ உடைய ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால்  $A, C$  ஆகிய மூட்டுகள் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மூட்டு  $A$  யிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ள சட்டப்படல் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே நாப்பத்தில் தொங்குகின்றது. இழையில் உள்ள இழுவை  $\frac{wl}{4}(5 + \sqrt{3})$  எனக் காட்டுக.

(b)





For diagram

10

AB, BC க்கு  $\curvearrowright_A$   $wl(1+\sqrt{3}) \times \frac{l\sqrt{3}}{4} - X \times 2l = 0 \Rightarrow X = \frac{(1+\sqrt{3})\sqrt{3}}{8} wl$  (5)

CD க்கு  $\curvearrowright_C$   $X \times \frac{l}{2} - Y \times \frac{l\sqrt{3}}{2} - wl \times \frac{l\sqrt{3}}{4} = 0$  (10)

$$Y = \frac{1}{2\sqrt{3}} [2X - wl\sqrt{3}] = \frac{wl}{2\sqrt{3}} \left[ \frac{3+\sqrt{3}}{4} - \sqrt{3} \right] \quad (5)$$

$$= \frac{wl}{8\sqrt{3}} (3 - 3\sqrt{3}) = \frac{wl}{8} (\sqrt{3} - 3)$$

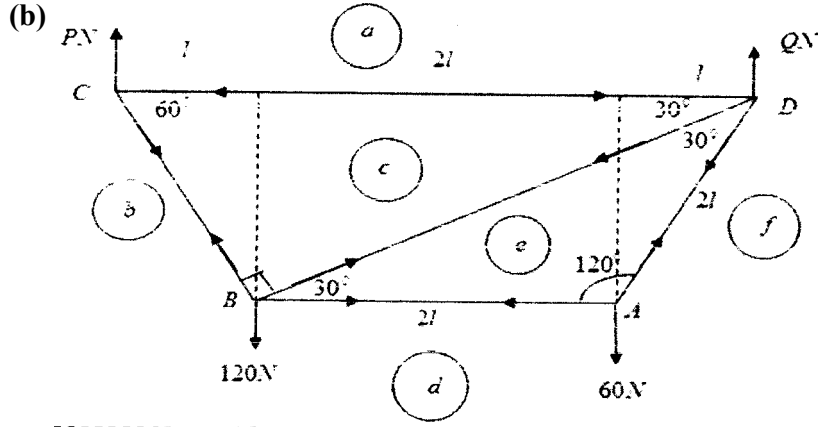
BC & CD க்கு  $\uparrow$   $T - 2wl - 2Y = 0$  (10)

$$T = 2wl + \frac{wl}{4} [\sqrt{3} - 3] \quad (5)$$

$$= \frac{wl}{4} [8 + \sqrt{3} - 3] \quad (5)$$

$$= \frac{wl}{4} [5 + \sqrt{3}]$$

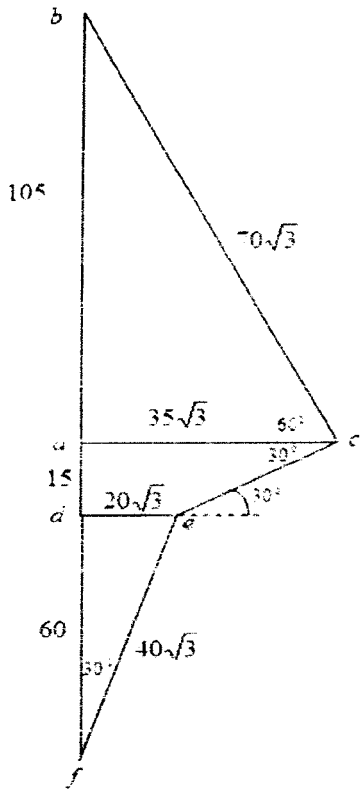
60



$$D \downarrow P \times 4l = 120 \times 3l + 60 \times l$$

$$P = 105N$$

10



முட்டுக்கள் C, A, B க்கான  
போவின் வரிப்படம்

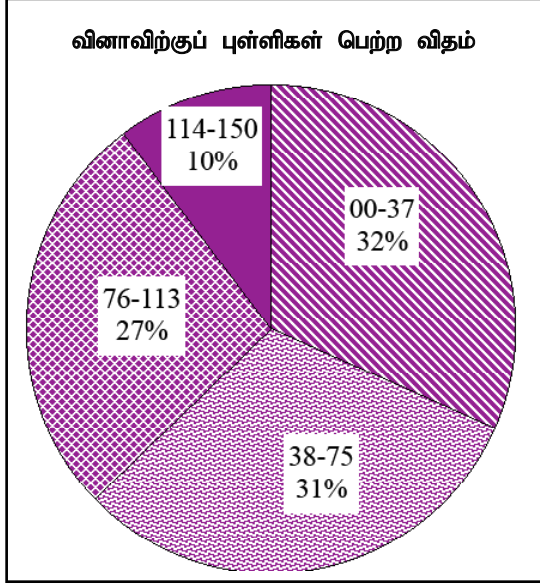
40

கோல்	பெறுமானம்	இழுவை / தகைப்பு
CD (ca)	$35\sqrt{3}N$	தகைப்பு
BC (bc)	$70\sqrt{3}N$	இழுவை
BD (ec)	30 N	இழுவை
AB (ed)	$20\sqrt{3}N$	இழுவை
AD (fe)	$40\sqrt{3}N$	இழுவை

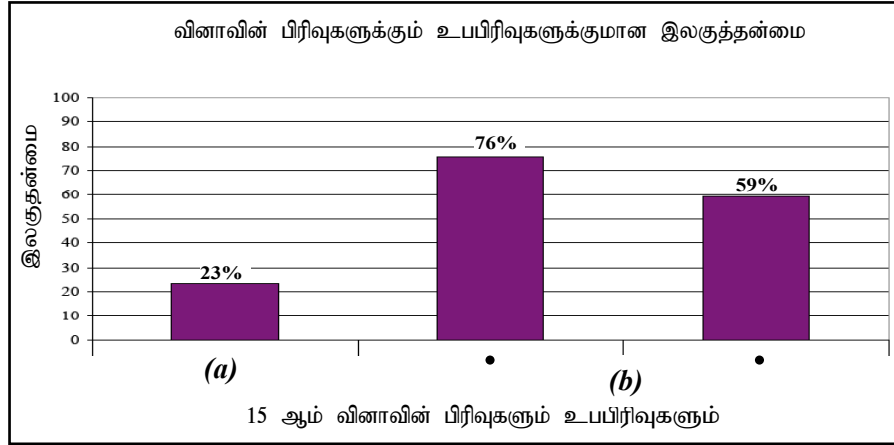
10  
10  
10  
10  
10

50

15 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 91% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 49% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதில்,  
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 32% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 31% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 27% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 10% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி மூன்று உப பகுதிகளைக் கொண்டது. அதிக இலகுதன்மையை பகுதி (b) இன் முதலாம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 76% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (a) இன் பிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 23% ஆகும்.

இந்த வினாவானது 91% மான பரீட்சார்த்திகளினால் தெரிவு செய்யப்பட்டுள்ளதோடு அதன் இலகுதன்மை 49% ஆகும். இது (a), (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் (a) பகுதியினது ஒப்பமான மூட்டு அலகுகளிலும் பகுதி (b) யானது சட்டப்படல் அலகுகளையும் கொண்டது. பகுதி (a) யினது இலகுதன்மை 23% ஆவதுடன் (b) யினது இலகுதன்மை 66% ஆகும்.

(a) பகுதிக்கு பரீட்சார்த்திகள் அதிகளவிலானோர் தரப்பட்ட அலகு நீளத்தின் நிறையைக் கொண்ட கோலின் நிறையை சரியாகக் கூறாமையினாலும் சமச்சீரை அறியாமையினால் இந்தப் பகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதி இருக்கவில்லை.

(b) பகுதிக்கு அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் தகைப்பு வரிப்படத்தை சரியாக கீறியிருப்பினும் தகைப்புகளை கணிப்பதை சரியாக செய்திருக்காமையினால் திருப்திகரமான விடையை அண்மிக்க முடியாது இருந்தது.

அலகு நீளத்தின் நிறையை அடிப்படையாகக் கொண்டு கோலின் நிறையைக் கூறுவதற்கு சமச்சீர் தன்மை உள்ளடக்குமாறு பிரசினத்தை தீர்ப்பதற்கு பயிற்றுவிப்பதன் மூலம் இந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.



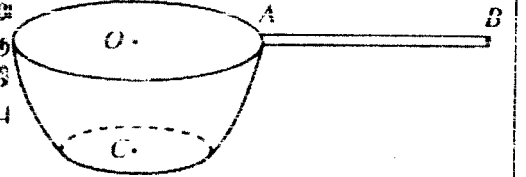
ஆரை  $a$  மையம் பரப்பரத்தி  $O$  ஐயும் உடைய ஒரு சீரான பொள் அரைக்கோள ஓட்டினை அதன் வட்ட விளிம்பிற்குச் சமத்தரமானதும் மையம்  $O$  இலிருந்து தூரம்  $a \cos \alpha$  இல் உள்ளதுமான ஒரு தளத்தினால் பொருளின் மூலம் பெறப்படும் அடித்துண்டின் புவியீர்ப்பு மையம்  $OC$  மின் நடுப்புள்ளியில் உள்ளதெனத் தொகையிடலின் மூலம் காட்டுக; இங்கு  $C$  ஆனது சிறிய வட்ட விளிம்பின் மையமாகும்.

ஆரை  $a \sin \alpha$  மையம் அதே பரப்பரத்தி  $O$  ஐயும் உடைய ஒரு மெல்லிய சீரான வட்ட தகட்டின் ஓரத்தை மேற்கூறிய அடித்துண்டின் சிறிய வட்ட விளிம்பின் விநைப்பாகப் பொருத்தி ஒரு கிண்ணம் செய்யப்பட்டுள்ளது.

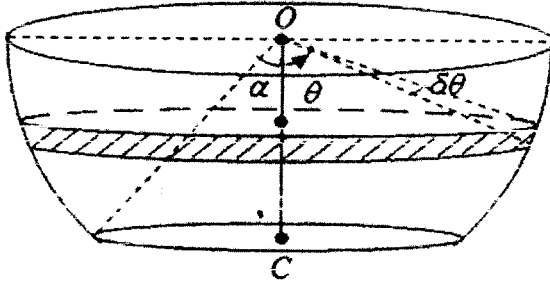
இக்கிண்ணத்தின் புவியீர்ப்பு மையம்  $OC$  மீது  $O$  விலிருந்து தூரம்  $\left( \frac{1 + \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos \alpha - \cos^2 \alpha} \right) a \cos \alpha$  இல் உள்ளதெனக் காட்டுக.

$\alpha = \frac{\pi}{3}$  எனவும் கிண்ணத்தின் நிறை  $W$  எனவும் கொள்வோம். நீளம்  $b$  மையம் நிறை  $\frac{W}{4}$  ஐயும் உடைய

ஒரு மெல்லிய சீரான கோல்  $AB$  மைய உருவிற்கு காண்புகின்றவாறு  $O, A, B$  ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் இருக்குமாறு ஒரு கைப்பிடியாகக் கிண்ணத்தின் விளிம்பின் விநைப்பாகப் பொருத்தி ஒரு சோஸ்பான் செய்யப்பட்டுள்ளது. சோஸ்பானின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் தானத்தைக் காண்க.



சோஸ்பான் கைப்பிடியின் முனை  $B$  யிலிருந்து கயாத்தினமாகக் தொங்கவிடப்பட்டு, கைப்பிடி கீழ்முக நிலைக்குத்தான் கோணம்  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$  ஐ ஆக்குமாறு நாப்பத்தில் தொங்குகின்றது.  $3b = 4a$  எனக் காட்டுக.



சமச்சீர்ப்படி பொருளின் புவியீர்ப்பு மையமானது  $OC$  இல் இருக்கும் (5)

பொருளின்  $O$  வில் இருந்தான புவியீர்ப்புமையத்தின் தூரம்  $\bar{x}$  என்க.

படத்தில் காட்டப்பட்ட வளைய கீலத்தின்நிறை  $= (2\pi a \sin \theta) a \delta \theta \sigma g = 2\pi a^2 \sigma g \sin \theta \delta \theta$


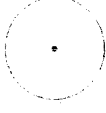

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\pi/2} 2\pi a^2 \sigma g \sin \theta \cdot a \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} 2\pi a^2 \sigma g \sin \theta d\theta} \quad (10)$$

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\pi/2} 2\pi a^2 \sigma g \sin \theta \cdot a \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} 2\pi a^2 \sigma g \sin \theta d\theta} \quad (10)$$

$$\bar{x} = a \frac{\int_a^{\pi/2} 2 \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_a^{\pi/2} 2 \sin \theta d\theta} = \frac{\left[ -\frac{\cos 2\theta}{2} \right]_a^{\pi/2}}{\left[ -2 \cos \theta \right]_a^{\pi/2}} a = \frac{1}{4} \frac{(1 + \cos 2\alpha)}{\cos \alpha} a = \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} a = \frac{1}{2} a \cos \alpha$$

எனவே பொருளின் புவியீர்ப்பு மையமானது  $OC$  இன் நடுப்புள்ளியில் இருக்கும்.

40

பொருள்	நிறை	↓ $O$ இல் இருந்தான புவியீர்ப்புமைய தூரம்
	$\sigma g \cdot 2\pi a^2 \cos \alpha$	$\frac{1}{2} a \cos \alpha$
	$\sigma g \pi a^2 \sin^2 \alpha$	$a \cos \alpha$
	$\sigma g \pi a^2 (2 \cos \alpha + \sin^2 \alpha)$	$\bar{y}$

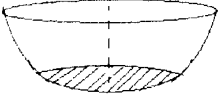
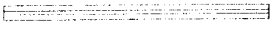

சமச்சீர்ப்படி பொருளின் புவியீர்ப்பு மையமானது  $OC$  இல் இருக்கும். பொருளின்  $O$ வில் இருந்தான புவியீர்ப்புமையத்தின் தூரம்  $\bar{y}$  என்க.

$$\sigma g \pi a^2 (2 \cos \alpha + \sin^2 \alpha) \bar{y} = \sigma g 2\pi a^2 \cos \alpha \times \frac{1}{2} a \cos \alpha + \sigma g \pi a^2 \sin^2 \alpha \times a \cos \alpha$$

$$\bar{y} = \frac{a \cos \alpha (\cos \alpha + \sin^2 \alpha)}{(2 \cos \alpha + \sin^2 \alpha)} = \left( \frac{1 + \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos \alpha - \cos^2 \alpha} \right) a \cos \alpha$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}, \text{ இல் } \bar{y} = \left( \frac{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{1 + 1 - \frac{1}{4}} \right) \frac{a}{2} = \frac{5a}{14}$$

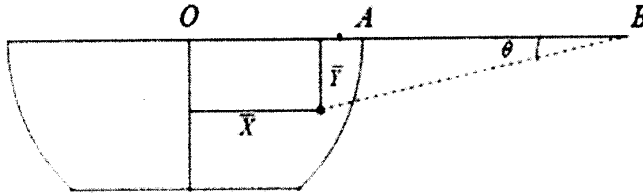
45

பொருள்	நிறை	AB இல் இருந்தான தூரம்	OC இல் இருந்தான தூரம்
	$W$	$\frac{5a}{14}$ (5)	0 (5)
	$\frac{W}{4}$	0 (5)	$a + \frac{b}{2}$ (5)
	$\frac{5W}{4}$ (5)	$\bar{Y}$	$\bar{X}$

$$\overset{AB}{\curvearrowright} \quad \frac{5W}{4} \bar{Y} = W \frac{5a}{14} \quad (10) \Rightarrow \bar{Y} = \frac{2a}{7}$$

$$\overset{OC}{\curvearrowright} \quad \frac{5W}{4} \bar{X} = \frac{W}{4} \left( a + \frac{b}{2} \right) \quad (10) \Rightarrow \bar{X} = \frac{2a+b}{10}$$

45

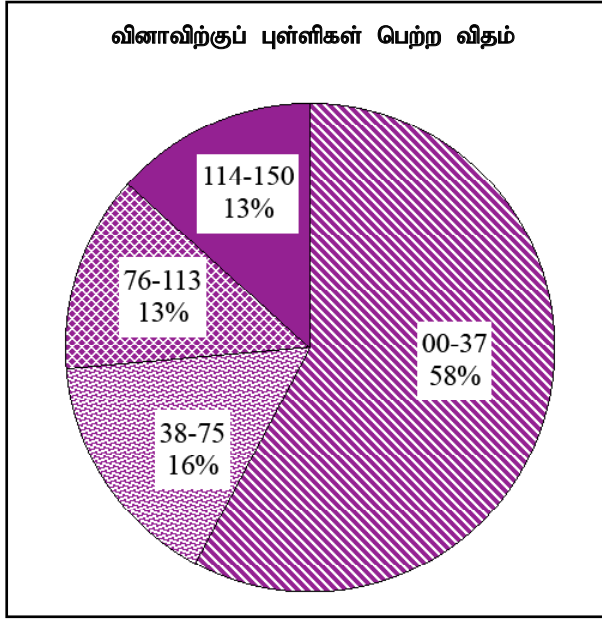


$$\tan \theta = \frac{\bar{Y}}{(a+b-\bar{X})} \quad (10)$$

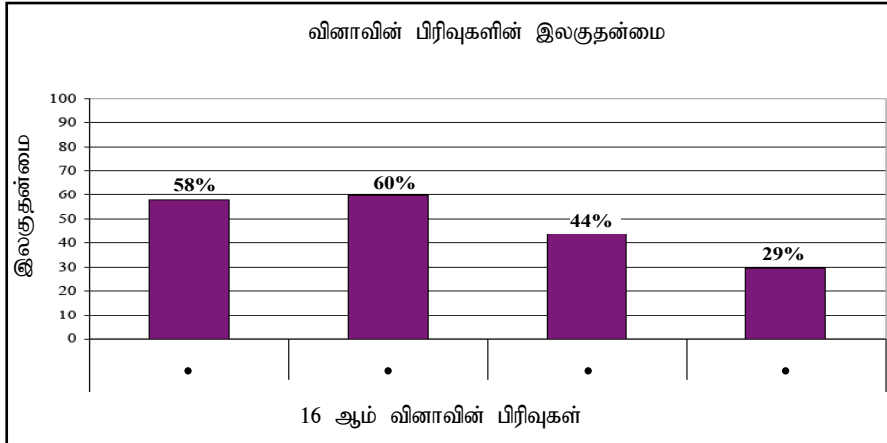
$$\frac{1}{7} = \frac{\frac{2a}{7}}{a+b-\left(\frac{2a+b}{10}\right)} = \frac{20a}{7[8a+9b]} \quad (5) \Rightarrow 8a+9b = 20a \Rightarrow 4a = 3b$$

20

16 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 50% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 50% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதில்,  
00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 58% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 16% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 13% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடைமில் 13% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி நான்கு உப பகுதிகளைக் கொண்டது. அதிக இலகுதன்மையை இரண்டாம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 60% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை நான்காம் பகுதி கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 29% ஆகும்.

இந்த வினாவைத் தெரிவு செய்த பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 50%ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 50%ஆகும். இது புவியீர்ப்பு மையம் தொடர்பான பிரச்சினமாகும். இது நான்கு உபபகுதிகளைக் கொண்டதாக அமையுமாறு கட்டமைக்கப்பட்ட வினாவொன்றாகும். முதல் இரு உபபகுதிகளுக்கு ஓரளவு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருப்பினும் இறுதி இரு பகுதிகளுக்கும் விடை எழுதியிருந்தமை மிகக் குறைவாகும்.

கொள்கைகளை அடிப்படையாகக் கொண்ட முதல் இரு பகுதிகளுக்காகவும் தெரிவு செய்த பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவிலானோர் விடை எழுதி இருந்தனர். சோஸ்பானின் கைபிடியை இணைக்கும்போது சமச்சீர்த் தன்மை இல்லாது போவதனால் ஆள்கூற்றுத் தளங்கள் இரண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண முடியுமாய் இருப்பினும் பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவானோர் அதனை அவ்வாறு விளங்கிக் கொண்டமையினால் திருப்திகரமாக விடையை அளிக்க காரணமாக இருந்தது.

பொருள் ஒன்று குறித்த அச்சில் தொங்கவிடப்பட்டபோது அதற்குரிய வரிப்படத்தை சரியாகக் கீறாத காரணத்தினால் இறுதிப் பகுதிக்கு விடையளித்திருந்தது மிகக் குறைவான எண்ணிக்கையினராகும்.

சமச்சீரற்ற பொருளின் புவியீர்ப்பு மையத்தைப் பெறுவதற்காக பொள்ளான பொருளொன்றின் திணிவைக் கூறும்போது புவியீர்ப்பு மையத்தின் மையத்தைக் காண்பதற்காக பல்வேறு பிரச்சினைகளை தீர்ப்பதற்கான பயிற்சிகளை செய்வதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும்.

வினா இலக்கம் 17

17. (a)  $A, B$  ஆகியன  $P(B) > 0$  உடன் ஒரு மாதிரி வெளி  $\Omega$  இன் இரு நிகழ்ச்சிகள் எனக் கொள்வோம்.  $B$  தரப்பட்டுள்ளபோது  $A$  யின் நிபந்தனை நிகழ்தகவு  $P(A|B)$  ஐ வரையறுக்க.

$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')$  எனக் காட்டுக; இங்கு  $0 < P(B) < 1$  ஆக இருக்கும் அதே வேளை  $B'$  ஆனது  $B$  யின் நிரப்பு நிகழ்ச்சியைக் குறிக்கின்றது.

ஒரு பெரிய கம்பனியில் தொழிலாளர்களில் 80% ஆணோர் ஆண்களும் 20% ஆணோர் பெண்களுமாவர். தொழிலாளர்களில் 57% இன் அதியுயர் கல்வித் தகைமை க.பொ.த. (சா.த.) ஆகும். தொழிலாளர்களில் 32% ஆணோரின் அதியுயர் கல்வித் தகைமை க.பொ.த. (உ.த.) ஆகும். மற்றைய எல்லாத் தொழிலாளர்களும் பட்டதாரிகளாவர். இக்கம்பனியில் பெண் தொழிலாளர்களில் 40% இன் அதியுயர் கல்வித் தகைமை க.பொ.த. (சா.த.) உம் 45% இன் அதியுயர் கல்வித் தகைமை க.பொ.த. (உ.த.) உம் ஆகும். கம்பனியின் தொழிலாளர்களிலிருந்து தொழிலாளர் ஒருவர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றார். இத்தொழிலாளர்

- (i) க.பொ.த. (சா.த.) ஐ அதியுயர் கல்வித் தகைமையாகக் கொண்ட ஒரு பெண்ணாக,
  - (ii) க.பொ.த. (சா.த.) ஐ அதியுயர் கல்வித் தகைமையாகக் கொண்ட ஓர் ஆணாக,
  - (iii) ஓர் ஆணைத் தரப்படும்போது ஒரு பட்டதாரியாக,
  - (iv) ஒரு பட்டதாரியன்றெனத் தரப்படும்போது ஒரு பெண்ணாக
- இருத்தல் என்னும் நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) ஒரு தீர்வுத் தொடை  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  இன் இடையும் மாற்றற்றனும் முறையே  $\bar{x}, \sigma_x^2$  எனக் கொள்வோம்.

(i)  $\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$  எனக் காட்டுக.

(ii)  $\alpha, \beta$  ஆகியன மெய்யம் மாறிலிகளெனக் கொள்வோம்.

$$\sum_{i=1}^n (\alpha x_i + \beta)^2 = n\alpha^2 \sigma_x^2 + n(\alpha \bar{x} + \beta)^2 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$i = 1, 2, \dots, n$  இற்கு  $y_i = \alpha x_i + \beta$  எனக் கொள்வோம்.  $\bar{y} = \alpha \bar{x} + \beta$  எனக் காட்டி, மேற்குறித்த (i), (ii) ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி  $\sigma_y^2 = \alpha^2 \sigma_x^2$  ஐ உய்த்தறி; இங்கு  $\bar{y}, \sigma_y^2$  ஆகியன தொடை  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  இன் முறையே இடையும் மாற்றற்றனும் ஆகும்.

ஒரு குறித்த பரீட்சையில் பரீட்சார்த்திகள் பெற்ற புள்ளிகளின் இடை 45 ஆகும். இப்புள்ளிகள் ஓர் இடை 50 ஐயும் ஒரு நியம விலகல் 15 ஐயும் தருமாறு ஏகபரிமாணமுறைப்படி அளவிடைப்படுத்தப்பட வேண்டியுள்ளன. அளவிடைப்படுத்திய புள்ளி 68 ஆனது தொடக்கப் புள்ளி 60 ஐ ஒத்ததெனத் தரப்பட்டுள்ளது. தொடக்கப் புள்ளிகளின் நியம விலகலைக் கணிக்க.

ஒரு பரீட்சார்த்தியினால் பெறப்பட்ட தொடக்கப் புள்ளி  $m$  ஆனது மேற்குறித்த அளவிடைப்படுத்தலால் குறைக்கப்படவில்லை எனவும் மேலும் தரப்பட்டுள்ளது.  $m \geq 20$  எனக் காட்டுக.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



5

$$P(A) = P((A \cap B) \cup (A \cap B')) \quad (5) \quad [\because (A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') = A \cap \Omega = A]$$

$$P(A) = P((A \cap B) \cup (A \cap B')) \quad (5) \quad [\because A \cap B \text{ \& } A \cap B' \text{ தம்முள் புறநீங்கலானவை ஆதலால்}]$$

$$= \frac{P(B)P(A \cap B)}{P(B)} + \frac{P(B')P(A \cap B')}{P(B')}$$



$$= P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')$$

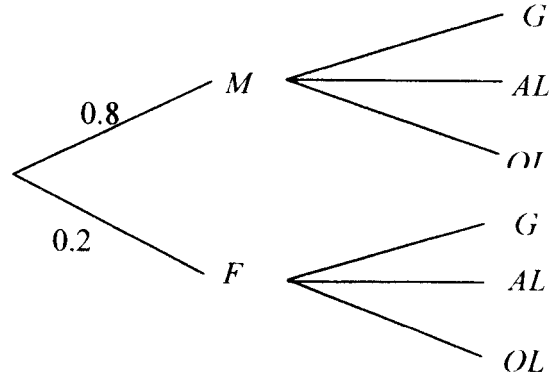
15

M - ஆண் F - பெண்

OL - G.C.E(O/L)

AL - G.C.E(A/L)

G - பட்டதாரி



$$P(M) = 0.8, \quad P(F) = 0.2$$

$$P(OL) = 0.57, \quad P(AL) = 0.32, \quad P(G) = 0.11$$

$$P(OL|F) = 0.4, \quad P(AL|F) = 0.45$$

$$i. \quad P(F \cap OL) = P(F)P(OL|F) \quad (5)$$

$$= 0.2 \times 0.4 = 0.08 \quad (55)$$

10

$$ii. \quad P(OL) = P(OL \cap M) + P(OL \cap F) \quad (5)$$

$$P(M \cap OL) = 0.57 - 0.08 = 0.49 \quad (5)$$

10

$$iii. \quad P(G|M) = ?$$

$$P(G) = P(M)P(G|M) + P(F)P(G|F) \quad (5)$$

$$0.11 = 0.8 \times P(G|M) + 0.2 \times \underbrace{(1 - 0.4 - 0.45)}_{0.15} \quad (5)$$

$$P(G|M) = \frac{0.11 - 0.3}{0.8} = \frac{0.08}{0.8} = \frac{1}{10} = 0.1 \quad (5)$$

15

iv

$$\begin{aligned}
 P(F|G') &= \frac{P(F \cap G')}{P(G')} = \frac{P(F)P(G'|F)}{1 - P(G)} \\
 &= \frac{0.2 \times (0.40 + 0.45)}{1 - 0.11} \\
 &= \frac{17}{89}
 \end{aligned}$$

20

$$17.(b) \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\begin{aligned}
 i. \quad \sigma_x^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} \bar{x}^2 \sum_{i=1}^n 1 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x}^2 + \frac{1}{n} \bar{x}^2 \times n \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2
 \end{aligned}$$

10

ii.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n (\alpha x_i + \beta)^2 &= \sum_{i=1}^n (\alpha^2 x_i^2 + 2\alpha\beta x_i + \beta^2) \\
 &= \alpha^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2\alpha\beta \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n \beta^2 \\
 &= \alpha^2 \{n\sigma_x^2 + n\bar{x}^2\} + 2\alpha\beta n\bar{x} + n\beta^2 \quad (\because n\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2) \\
 &= n\alpha^2\sigma_x^2 + n\{\alpha^2\bar{x}^2 + 2\alpha\beta\bar{x} + \beta^2\} \\
 &= n\alpha^2\sigma_x^2 + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2
 \end{aligned}$$

15

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n (\alpha x_i + \beta)^2 &= \sum_{i=1}^n [\alpha(x_i - \bar{x}) + \alpha\bar{x} + \beta]^2 \\
 &= \sum_{i=1}^n \{\alpha^2(x_i - \bar{x})^2 + 2(\alpha\bar{x} + \beta)\alpha(x_i - \bar{x}) + (\alpha\bar{x} + \beta)^2\} \\
 &= \alpha^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + 2\alpha(\alpha\bar{x} + \beta) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) + \sum_{i=1}^n (\alpha\bar{x} + \beta)^2 \\
 &= \alpha^2 n\sigma_x^2 + 2\alpha(\alpha\bar{x} + \beta) \left( \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} \right) + (\alpha\bar{x} + \beta)^2 n \\
 &= n\alpha^2\sigma_x^2 + 2\alpha(\alpha\bar{x} + \beta)(n\bar{x} - n\bar{x}) + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2 \\
 &= n\alpha^2\sigma_x^2 + n(\alpha\bar{x} + \beta)^2
 \end{aligned}$$

15

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\alpha x_i + \beta) = \alpha \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta \\ &= \alpha \bar{x} + \beta \frac{1}{n} n \\ &= \alpha \bar{x} + \beta.\end{aligned}$$

$\therefore y_i = \alpha x_i + \beta$ , by (ii)

$$\sum_{i=1}^n y_i^2 = n\alpha^2 \sigma_x^2 + n\bar{y}^2$$

$$\therefore \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \bar{y}^2 = \alpha^2 \sigma_x^2 \quad \therefore \text{By (i), } \sigma_y^2 = \alpha^2 \sigma_x^2.$$

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  என்பது பெறப்பட்ட புள்ளிகளின் தொடை என்க.

எனின்  $\bar{x} = 45$ .

$y_i = \alpha x_i + \beta$  என்பது பெறப்பட்ட புள்ளிகள் என்க. எனின்  $\bar{y} = 50$ ,  $\sigma_y^2 = 15$

$$\bar{y} = \alpha \bar{x} + \beta \Rightarrow 50 = 45\alpha + \beta \quad \text{--- (i)}$$

அத்துடன்,  $y_i = 68$  ஆக  $x_i = 60$  ஆகும்.

$$\Rightarrow 68 = 60\alpha + \beta \quad \text{--- (ii)}$$

$$(i) \& (ii) \Rightarrow 15\alpha = 18$$

$$\left. \begin{aligned}\alpha &= \frac{6}{5} \\ \beta &= 50 - 45 \times \frac{6}{5} = -4\end{aligned} \right\}$$

$$\sigma_y^2 = \alpha^2 \sigma_x^2 \Rightarrow 15 = \frac{6}{5} \sigma_x^2$$

$$\therefore \sigma_x^2 = \frac{15 \times 5}{6} = 12.5$$

$$x_i = m \Rightarrow y_i \geq m.$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} x_i - 4 \geq m$$

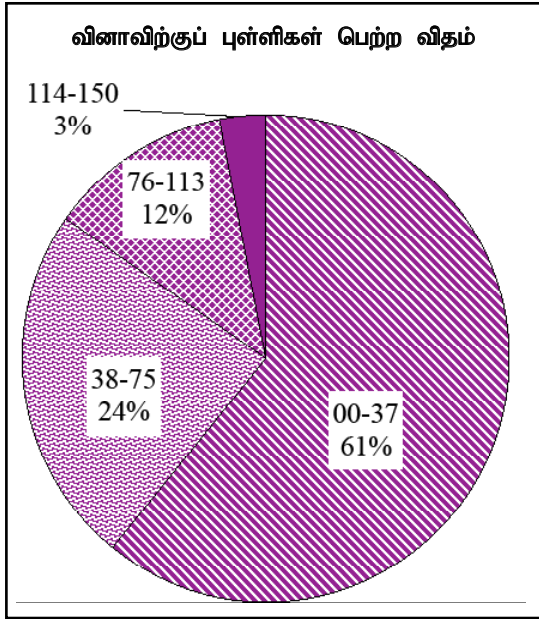
$$\Rightarrow \frac{6}{5} m - 4 \geq m$$

$$\Rightarrow \frac{m}{5} \geq 4$$

$$\Rightarrow m \geq 20.$$

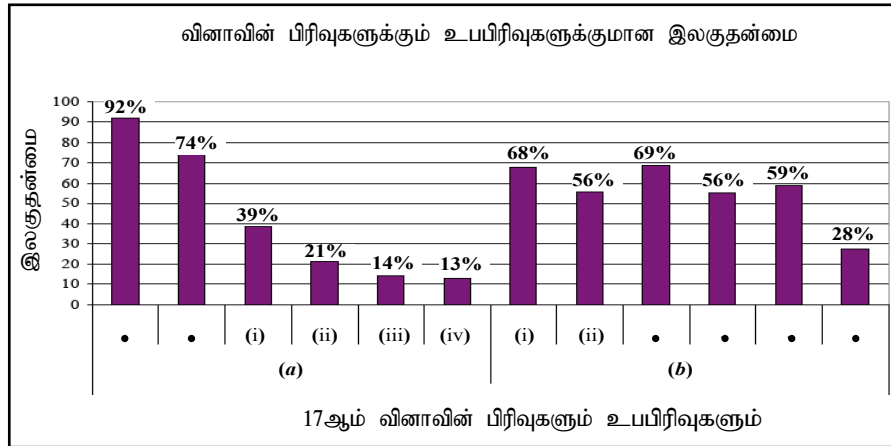


17 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவிற்கு விடையளித்துள்ள பரீட்சார்த்திகளின் அளவு 46% ஆவதுடன் அதன் இலகுதன்மை 46% ஆகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அதில்

00 - 37 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 61% இனரும்  
38 - 75 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 24% இனரும்  
76 - 113 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 12% இனரும்  
114 - 150 என்ற புள்ளி ஆயிடையில் 3% இனரும்  
புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இப்பகுதி 12 உப பகுதிகளைக் கொண்டது. அதிக இலகுதன்மையை பகுதி (a) இன் முதலாம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 92% ஆகும். குறைந்த இலகுதன்மையை பகுதி (a) இன் (iv) ஆம் உபபிரிவு கொண்டுள்ளதுடன் அதன் இலகுதன்மை 13% ஆகும்.

இந்த வினாவை 46% ஆன பரீட்சார்த்திகள் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் அதன் இலகுதன்மை 46% ஆகும். வினாத்தாள் II இன் B பகுதியின் ஏழு வினாக்களுள் மிகக் குறைவாகத் தெரிவு செய்திருந்த வினா இந்த வினாவாவதுடன் இலகுதன்மை மிகக் குறைந்த வினாவும் இதுவாகும். இந்த வினாவானது ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீனமான இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

பகுதி (a) யானது நிகழ்தகவையும் பகுதி (b) யானது புள்ளி விபரவியலையும் அடிப்படையாகக் கொண்டவை. புள்ளிகளை வழங்கும்போது (a), (b) என்ற இரு பகுதிகளுக்கும் சமனான நிறை வழங்கப்பட்டிருந்தது. பகுதி (a) இன் இலகுதன்மை 35% உம் (b) யின் இலகுதன்மை 56% உம் ஆகும். பகுதி (a) ஆனது 74% உபபகுதிகளைக் கொண்டதுடன் முதல் இரு பகுதிகளும் நிபந்தனை நிகழ்தகவை விரைவிலக்கணப்படுத்துவதும் மொத்த நிகழ்தகவுத் தேற்றத்தை நிறுவுவதாகவும் இருந்தது. இந்த இரு பகுதிகளுக்கும் விடை எழுதும் இலகுதன்மை 74% இனைத் தாண்டி இருந்தது. (i), (ii), (iii), (iv) ஆம் பகுதிகளுக்கு விடை எழுதியிருந்தது 40% இற்குக் குறைவான மட்டத்தில் காணப்பட்டது. பிரசினத்திற்குரிய சம்பவத்தை சரியான முறையில் காட்டாமையினால் விடைகள் திருப்தியற்று இருப்பதற்கு காரணமாக அமைந்திருந்தது.

பகுதி (b) ஆனது 6 உபபகுதிகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் முதல் ஐந்து உபபகுதிகளினதும் இலகுதன்மை 56% இனை தாண்டி இருந்தது. இந்தப் பகுதிகளில் உள்ளடக்கப்பட்டிருப்பது புள்ளிவிபரவியலை அடிப்படையாகக் கொண்ட கோட்பாடாகும். எனினும் இறுதிப் பகுதியில் உள்ள சமனின்மையைப் பெறுவதில் பின்னடைவான மட்டத்தில் காணப்பட்டது. நிகழ்தகவும் புள்ளி விபரவியலும் என்ற கோட்பாடுகளை உறுதி செய்யக்கூடியதான பயிற்சிகளை செய்வதன் மூலம் இந்தப் பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும். நிகழ்தகவையும் புள்ளி விபரவியலையும் சார்ந்த அடிப்படை கோட்பாடுகளைக் கொண்டு விடையளிக்கக் கூடியதாய் இருப்பினும் அநேகமாக உயர்தர வகுப்புகள் இறுதித் தவணையிலே இதனைக் கற்பித்தல் அல்லது போதுமானளவு மீட்டல்களை செய்வதற்கு சந்தர்ப்பம் கிடைக்காமையினால் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளின் கவனம் விடுபட்ட பகுதியொன்றாக அமைந்திருந்தது.

### பகுதி III

#### 3. விடையளிக்கும் போது அவதானிக்க வேண்டிய விடயங்களும் ஆலோசனைகளும்

##### 3.1 விடையளிக்கும் போது அவதானிக்க வேண்டிய விடயங்கள்

###### பொது அறிவுறுத்தல்கள்

- ★ வினாத்தாளில் உள்ள அடிப்படை அறிவுறுத்தல்களை நன்றாக வாசித்து விளங்கிக் கொள்ளல் வேண்டும். அதாவது ஒவ்வொரு பகுதியிலும் என்ன எண்ணிக்கையான வினாக்களுக்கு விடை அளிக்க வேண்டும். எந்த வினாக்கள் கட்டாயமானவை , எவ்வளவு புள்ளிகள் கிடைக்கும், எவ்வளவு நேரம் உள்ளது போன்ற விடயங்கள் தொடர்பாக கவனமாக இருக்க வேண்டியதுடன் வினாவை நன்கு வாசித்து தெளிவான விளக்கத்தை பெற்றுக்கொள்ளக் கூடிய வினாவைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்.
- ★ வினாத்தாள் I, II இன் A பகுதிகளின் சகல வினாக்களுக்கும் விடை அளித்தல் வேண்டும்.
- ★ வினாத்தாள் I, II இன் B பகுதிகளின் 7 வினாக்களில் 5 வினாக்களைத் தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும்.
- ★ பகுதி B யின் ஒவ்வொரு வினாக்களையும் புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிக்க வேண்டும்
- ★ மாணவர்கள் தமது சுட்டெண்களை ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உரிய இடத்தில் எழுத வேண்டும்.
- ★ வினா எண், பகுதி வினா எண்களை சரியாக எழுத வேண்டும்.
- ★ எல்லா வினாக்களையும் நன்கு வாசித்து விடை எழுத வேண்டும். விடைகளின் கீழ் தரப்பட்டுள்ள தகவல்கள் பெறக்கூடிய விடைகள் அல்லது நிறுவக்கூடிய பெறுபேறுகள் எவ்வாறானவை என்பவற்றை தெளிவாக விளங்கிக் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ வினாக்களுக்கு விடை எழுதும் போது இருக்கும் நேரத்தை சரியான வகையில் முகாமைத்துவம் செய்து கொள்ள வேண்டும்.
- ★ தெளிவான கையொப்பத்தில் விடைகள் எழுதப்படல் வேண்டும். விடைகள் எழுதும்போது நீலம் அல்லது கருப்பு நிற பேனாக்களைப் பயன்படுத்த வேண்டும். ஏனைய நிறப் பேனாக்கள் பயன்படுத்துவதைத் தவர்க்கவும்.

###### விசேட அறிவுறுத்தல்கள்

- ★ படங்கள் வரைய வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் அவற்றை மிகவும் தெளிவாக வரைந்து பெயரிட வேண்டும். இங்கு கோடுகளின் நீளங்கள் மற்றும் கோணங்களின் பருமனை சரியான படத்தில் உப வரிப்படங்களிலும் காட்டுவது அவசியமாகும். வரிப்படங்களின் உண்மைத்தன்மை தொடர்புகளைக் காட்டி அதன் மூலம் இலகுவாக விடைகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியும். படங்களின் தரவுகளை உள்ளடக்கும்போது திருத்தத்தன்மையின் தொடர்புகளை தொடர்புகளைக் காண்பதற்கு அவற்றின் மூலம் இலகுவில் விடையைப் பெற்றுக்கொள்ள அவசியமாகும். (உ-ம் : விசைகளைக் குறித்தல்)
- ★ கணிப்பீடுகளில் ஒவ்வொரு படிமுறைகளையும் தெளிவாகக் குறிப்பிட வேண்டியதுடன் தேவையான இடங்களில் படிமுறைகளிடையேயான தொடர்பைக் காட்டும் சமனான புள்ளி அல்லது வேறு குறியீடுகளை எழுதிக்காட்டுவதில் கவனம் செலுத்த வேண்டும். ஒரு படிமுறையில் அல்லது பக்கத்தில் உள்ள கூற்று மற்றும் சமன்பாடுகள் அடுத்த படிமுறைக்கு அல்லது பக்கத்திற்குப் பிரதி செய்யும் போது அவற்றின் சரியான தன்மை தொடர்பாக கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ தேவையான இடங்களில் சரியான அலகுகளைப் பயன்படுத்தல் வேண்டும். தேவையான சந்தர்ப்பங்களில் சரியான அலகுகள் மாற்றல்கள், அளவுகளை குறிப்பிட வேண்டும்.
- ★ வரைபுகள் கீறும்போது X, Y அச்சுகளை சரியாகப் பெயரிட்டு அளவிடை செய்யப்பட வேண்டும். தேவைப்படும் போது அலகுகளைக் குறிப்பிட வேண்டும்.
- ★ அடிப்படை சமவிகிதம் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களை மீண்டும் பரிசீலிக்க வேண்டும்.

- ★ அடிப்படை கேத்திர கணித அறிவை மீண்டும் பரிசீலிக்க வேண்டும்.  
உதாரணம் : (1) இணைகரத்தின் பண்புகள்  
(2) சாய்சதுரத்தின் பண்புகள்  
(3) ஒழுங்கான பல்கோணியின் பண்புகள்  
(4) பல்கோணியில் திரிகோணம் சார்ந்த விகித முறைகள்  
(5) இயல்பொத்த முக்கோணிகள்  
(6) வட்டம் தொடர்பான தேற்றங்கள்  
(7) சமச்சீரான பண்புகள்
- ★ காரணிகளுக்கு வேறாக்கக் கூடிய இருபடிக் கோவையை ஒரே முறையில் வேறாக்கக் கூடிய திறமையைப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.
- ★ காவிகளைக் குறிக்கும்போது சரியான குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துவதைக் கவனத்திற்கொள்ள வேண்டும்.
- ★ அதிலிருந்து விடுவித்தல், உறுதிசெய்தல், பெற்றுக்கொள்ளல் போன்ற பதங்களை கவனமாகக் கையாள வேண்டியதுடன் அதற்கேற்ப விடையை பெறுவதற்கு முயல் வேண்டும். “அவ்வாறே அல்லது மாற்று முறைகளில்” என்பதைக் குறிப்பிடும் சந்தர்ப்பங்களில் பரவலாக முன்னர் பெற்ற பெறுபேற்றைப் பயன்படுத்தி அதன் பின்னரான விடையைப் பெறுதல் சிறந்தது.
- ★ தரப்பட்ட தகவல்களைப் பயன்படுத்தி முடிவிற்கு வரக்கூடிய சந்தர்ப்பத்திலே நிகர்மாற்று செய்முறைகளை முன்வைத்து புள்ளிகள் இல்லாது போவதற்கு அல்லது குறைவடைவதற்கு காரணமாக அமையும். அதனால் வினாவின் மூலம் எதிர் பார்க்கப்படும் முறையில் விடை எழுதப்பட வேண்டும். எனினும் “ஆக இருப்பின் மட்டும்” அல்லது “எனின் மட்டும்” உண்மை என நிறுவ வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் நிகர்மாற்று முறையில் பெறுபேறு பெறப்படும் என நிறுவப்படுமாறு விடைகளை முன்வைக்க வேண்டும்
- ★ எப்போதும் இறுதி விடையை எளிய முறையில் காட்டுவதற்கு கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும். இறுதி விடையை வினாவில் வினவப்பட்டுள்ள முறைக்கேற்ப தெளிவாகக் காட்டப்பட வேண்டும்.
- ★ மாணவர்கள் தமது கையெழுத்து இலக்கம் மற்றும் குறியீடுகளை தெளிவாகவும் சரியாகவும் எழுதிக் காட்டுவதற்கு கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும்.
- ★ விடையைப் பெறுவதற்கு ஏற்ப தேவையான சுருக்குதல்களை மேற்கொள்ளல் (எண்சார்ந்த, அட்சரகணித அல்லது திரிகோண கணித) செய்கை முறையாக கருதி விடைகளுடன் இறுதியில் ஒப்படைக்கவும்.
- ★ விடையைப் பூரணப்படுத்த முடியாத சந்தர்ப்பமாயினும் வினாவிற்கு விடை பெற்றுக்கொள்வதற்கு தேவையான உரிய எஞ்சிய படிமுறைகளை எழுதிக் காட்டுவதற்கு கூடுதலான திறமை இருக்க வேண்டும்.
- ★ வினாவின் இறுதிப் புள்ளிகளை விட ஆரம்ப பகுதிகளில் சுயாதீனமாக இலகுவான பகுதிகள் இருக்கக் கூடிய வினாக்களில் முதல் பகுதி தெளிவில்லாது விடின் வினாவை கைவிட்டுவிடாது எஞ்சிய பகுதிகள் தொடர்பாக அவதானம் செலுத்த வேண்டியது அவசியமாகும்.
- ★ சில சந்தர்ப்பங்களில் சில உபபகுதிகளை நிறுவாது அந்த விடையைத் தேவையெனின், பயன்படுத்தி எஞ்சிய உபபகுதிகளுக்காக விடையை முன்வைக்கப்பட முடியும்.

### 3.2 கற்றல் கற்பித்தல் செயற்பாடுகள் தொடர்பான கருத்துக்களும் ஆலோசனைகளும்

- ★ பாடத்திட்டத்தில் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ள விடய உள்ளடக்கத்தை தம்முள் தொடர்புமாறு தெளிவு செய்த விடய உள்ளடக்கத்திற்காக மொத்த விடய உள்ளடக்கத்தையும் உட்படுத்துமாறு கற்றல், உயர் பெறுபேற்றை பெறுவதைப் போல் பாட அறிவு பூரணமடைவதற்கும் மிகவும் முக்கியமானதாகும்.
- ★ பாடத்திட்டம், ஆசிரியர் வழிகாட்டல் கைநூல், வெளிவளங்களின் பயன்பாடு தொடர்பாக ஆசிரியர்களைப்போல மாணவர்களையும் அறிவுறுத்துவது மற்றும் பயன்படுத்துவது அவசியமாகும்.
- ★ தொழில்நுட்பக் கருத்துக்கள் (technical terms) விசேட கலைச் சொற்கள் தொடர்பாக பரீட்சார்த்திகளுக்கு தெளிவுறுத்தல் முக்கியமாகும்.
- ★ தமது விடய அறிவை மீட்டுவதற்கு மற்றும் தொடர்புபடுத்துவதற்கு ஆசிரியர்கள் வழிகாட்ட வேண்டும்.
- ★ இணைந்த கணிதம் போன்ற பாடங்களைக் கற்றல் பரீட்சை மையத்தைக் கொண்டிராத போதும் பரீட்சைகளில் பயன்படுத்தப்படும் வினாத்தாள்களில் உயர்ந்த புள்ளிகளைப் பெற வேண்டுமெனின் மாதிரி வினாக்களைப் போன்று கடந்த வருடங்களின் வினாத்தாள்கள் மற்றும் புள்ளியிடும் திட்டங்களைப் பரீட்சித்து ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் மிகவும் சிறந்த விடையை எழுதுவது எவ்வாறு என்பது தொடர்பாக மாணவர்களுள் நல்ல விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்க வேண்டும். இதற்காக மாணவர்களுக்கு முன்மாதிரியாக நடந்துகொள்வது ஆசிரியர்களின் பொறுப்பு என்பதை கவனத்திற் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ அட்டவணை இலக்கம் 4 இற்கு ஏற்ப 21-30 வரையான வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 5704 ஆவதோடு மொத்தப் பரீட்சார்த்திகளில் 17.01%இனை குறித்து நிற்கின்றது. ஒவ்வொரு பரீட்சைகளிலும் இந்தப் புள்ளி வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை அதற்கு கிட்டிய பெறுமானத்தை எடுக்கும். அதனால் எதிர்வரும் பரீட்சைகளில் இந்தப் பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவிலானோர் 31-40 வீச்சினுள் அல்லது அதற்குக் கூடிய புள்ளி மட்டத்திற்கு கொண்டு வருவதற்காக அவர்கள் அறிந்துகொண்டு விசேடமாக அந்த பரீட்சார்த்திகளை இலக்காகக் கொண்டு,
  - (i) உரிய கோட்பாடுகள் மற்றும் அடிப்படைத் தத்துவங்களை சார்பாகக் கொண்டு உரிய மட்டத்தில் இருந்து முறையாக சிக்கல் மட்டம் வரை காணப்படும் பல்வேறு பயிற்சி தொடர்களைச் செய்வித்தல்
  - (ii) சுய பயிற்சிகளின் மூலம் தமது அறிவு மற்றும் அடிப்படைத் தத்துவங்களைச் சார்பாகக் கொண்டு எளிய மட்டத்தில் இருந்து முறையாக சிக்கல் மட்டம் வரை காணப்படும் பல்வேறு பயிற்சி தொடர்களைச் செய்யவித்தல்
- ★ விசேடமாக இணைந்த கணிதத்திற்காக சுய கவனம் மிகவும் முக்கியமாக அவர்களுக்கு அறியக் கொடுக்க வேண்டும். ஆரம்பத்திலேயே தேவையான முயற்சிகளுடன் பரீட்சைக்குப் பொருத்தமான மட்டத்தில் பிரசினத்திற்கு சரியான விடையை அளிப்பதற்கு அவர்களை ஈடுபடுத்தல் சிறந்தது.

*Dear students!*

**We have Past Papers and  
Answers (Marking  
Schemes), Model Papers  
and Note books for  
English, Tamil and Sinhala  
Medium).**

**Please visit :**

**[www.freebooks.lk](http://www.freebooks.lk)**

**or click on this page to visit our site!**